SCHEDA 1

GRUPPO ………………………. Data: …………………..

Nomi dei partecipanti

…………………………..

…………………………..

………………………….

………………………….

………………………….

Con un pennarello segnate due punti sulla sfera, appoggiata sulla sua base.

1) Disegnate la linea di minima distanza che unisce i due *punti* sulla superficie sferica.
Provate con più coppie di *punti* e spiegate come avete ottenuto la linea richiesta

2) In generale, come si può ottenere geometricamente la linea di minima distanza tra due *punti* su una superficie sferica? Giustificate la vostra risposta.

GRUPPO ………………………. Data: …………………..

Nomi dei partecipanti

……………………………. …………………………..

………………………………. …………………….. ……………………..

SCHEDA 2

La discussione precedente ci conduce alla seguente definizione di *retta* nella geometria della sfera:

Definizione: Si dice retta un qualsiasi cerchio massimo della superficie sferica.

In geometria euclidea PER OGNI COPPIA DI PUNTI **ESISTE** ED È **UNICA** LA RETTA CHE PASSA PER ESSI.

1) Questa proposizione è valida anche sulla sfera? Giustificate la vostra risposta dopo aver esplorato più situazioni sulla sfera con gli strumenti a vostra disposizione.

In geometria euclidea DATA UNA RETTA E UN PUNTO FUORI DI ESSA **ESISTE** ED È **UNICA** LA **PARALLELA** PER IL PUNTO ALLA RETTA

2) Questa proposizione è valida anche sulla sfera? Giustificate la vostra risposta.

GRUPPO ………………………. Data: …………………..
Nomi dei partecipanti
……………………………. …………………………..
………………………………. …………………….. …………………………

SCHEDA 3

DEFINIZIONE: Se A, B, C sono tre punti della superficie sferica di centro O, il ***triangolo sferico*** di ***vertici*** A, B, C è l'intersezione tra la superficie sferica e il triedro che ha vertice in O e gli spigoli passanti per i tre punti dati. Il ***triangolo*** ha come ***lati*** archi di circonferenza massima.

Ricordiamo che: Si dice <u>triedro</u> una terna di semirette non complanari, aventi l'origine in comune; tale origine si dice <u>vertice</u> del triedro e le semirette ne sono gli <u>spigoli.</u>

Si usa semplicemente la parola triedro anche per indicare la regione convessa di spazio ad essa associata.
I tre angoli convessi che i tre spigoli del triedro formano a due a due si chiamano <u>facce</u> del triedro.

Provate ora a disegnare alcuni ***triangoli sferici.***

1) In base alle premesse fatte, se A, B, C sono i ***vertici*** di un ***triangolo sferico***, possono essere allineati? Motivate la vostra risposta

2) Due punti antipodali possono essere *vertici* di un *triangolo sferico*? Giustificate la risposta.

3) Ci sono delle limitazioni alle lunghezze dei ***lati*** di un ***triangolo sferico***? Motivate la vostra risposta.

GRUPPO ………………………. Data: …………………..

Nomi dei partecipanti

……………………………. …………………………..

………………………………. …………………….. …………………………

SCHEDA 4

DEFINIZIONE: Considerata una ***retta*** (circonferenza massima) e due punti antipodali su di essa, A e A', possiamo chiamare ***semiretta*** ciascuna delle due parti individuate da A e da A'(cioè una semicirconferenza massima). Sia il punto A che il punto A' si configurano come ***origine*** di entrambe le ***semirette***.

DEFINIZIONE: Se ***a*** e ***b*** sono due ***semirette*** di origine A, chiamiamo ***angolo sferico*** (o semplicemente ***angolo***) di lati ***a*** e ***b***, l'angolo piano di vertice A avente come lati le semirette a' e b' tangenti in A rispettivamente ad ***a*** e ***b***.

Osservare che le semirette a' e b' sono semirette euclidee, la a e la b sono semirette della geometria sferica....

Disegnate ora alcuni ***triangoli sferici*** e misurate in ciascun caso, con l'apposito strumento, quanto vale la somma degli angoli interni di un ***triangolo***.

Quali osservazioni potete dedurre dai vostri risultati?

GRUPPO ………………………. Data: …………………..
Nomi dei partecipanti
……………………………. …………………………..
………………………………. …………………….. …………………………

SCHEDA 5

Analogamente alla definizione di circonferenza sul piano, poniamo la seguente

DEFINIZIONE: Se *C* è un qualsiasi *punto* sulla superficie sferica, chiamiamo *circonferenza* Γ_r con centro *C* e raggio *r*, il luogo dei *punti* della superficie sferica che distano *r* da *C*.

1) Considerate sulla sfera una qualsiasi *retta*. In base alla definizione di *circonferenza* data, potete interpretare la *retta* come una particolare *circonferenza*? Se si quali sono i rispettivi *centro* e *raggio*?

2) Tracciate una qualsiasi *circonferenza* sulla sfera, quali osservazioni potete fare riguardo all'individuazione di *centro* e *raggio*?

3) Qual è l'intervallo di valori entro il quale può variare la misura del *raggio* di una *circonferenza*? Descrivete le caratteristiche delle *circonferenze* corrispondenti ai valori estremi di questo intervallo.

GRUPPO ………………………. Data: …………………..

Nomi dei partecipanti

……………………………. …………………………..

………………………………. …………………….. …………………………

SCHEDA 6

1) Disegnate alcune circonferenze Γ_1 ,$\Gamma_{2\ldots}$ di centro *C* e raggi r_1,r_2… Utilizzando spago e righello misurate i raggi, le circonferenze e compilate la tabella che segue.

Raggio	Circonferenza	rapporto
r_1=	Γ_1=	$\Gamma_1/ 2r_1$=
r_2=	Γ_2=	$\Gamma_2/2\, r_2$=

Cosa osservate dalla tabella, pensando alla analoga situazione nel piano?

GRUPPO ………………………. Data: …………………..
Nomi dei partecipanti
……………………………. …………………………..
………………………………. …………………….. …………………………

SCHEDA 7

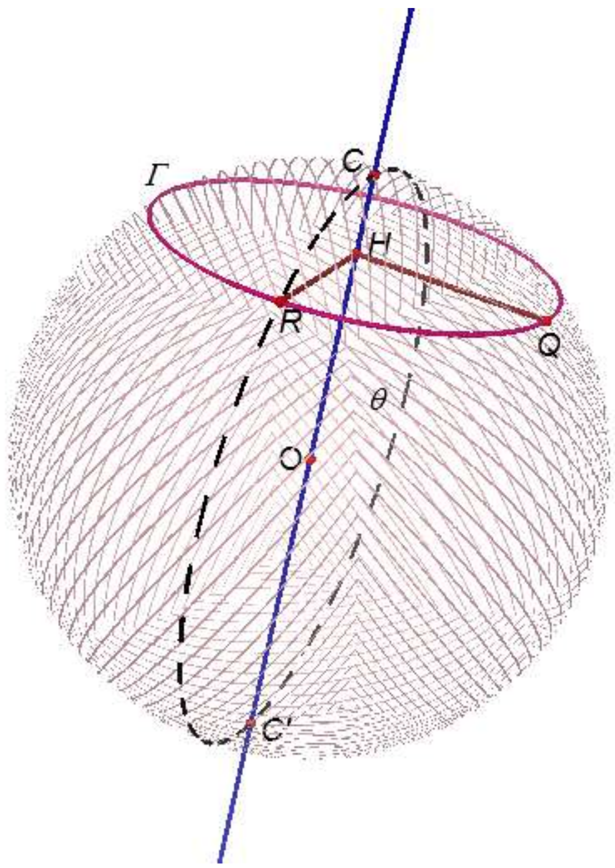
Nella geometria euclidea, π rappresenta il rapporto costante tra la lunghezza della circonferenza e la lunghezza del diametro.

Come si è potuto osservare nella Scheda 6 il valore di questo rapporto non è costante nella geometria della sfera.

Dimostrerete ora da cosa dipende tale rapporto**.**

Considerate sulla sfera una *circonferenza Γ* di centri C e C'.

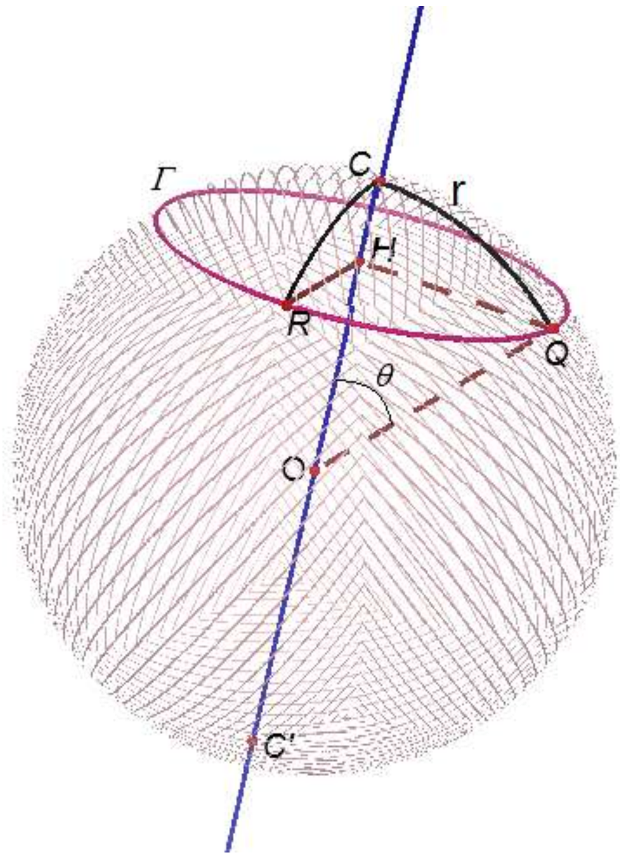
1) Siano Q e R due punti della *circonferenza*. Come potete giustificare che Q e R si proiettano nello stesso punto H di CC'? (Considerate i triangoli CRC' e CQC'…) .



Osservate che poiché OGNI punto di Γ si proietta in H e ha uguale distanza da H, si può concludere che Γ è una circonferenza anche sul piano perpendicolare a CC' in H.
Γ è dunque una circonferenza sia in geometria sferica che in geometria euclidea.

2) Se θ è la misura in radianti dell'angolo COQ, esprimete in funzione di θ:
- il *raggio r* della *circonferenza sferica*: *r*=

- il raggio QH della circonferenza euclidea: QH=



3) Determinate il rapporto tra la lunghezza della *circonferenza* Γ e il suo *diametro*, nella geometria sferica.

Il risultato che avete ottenuto è in accordo con quanto avete osservato in precedenza? Perché?

GRUPPO ………………………. Data: …………………..
Nomi dei partecipanti
……………………………. …………………………..
……………………………. …………………….. …………………………

SCHEDA 8

Tracciate una *retta r* sulla superficie sferica, cosa potete osservare riguardo all'insieme delle *rette* perpendicolari ad *r*?

In geometria euclidea DATA UNA RETTA ED UN PUNTO FUORI DI ESSA ESISTE ED E' UNICA LA PERPENDICOLARE PER IL PUNTO ALLA RETTA.

Questa proposizione è valida anche sulla sfera?

Giustificate la vostra risposta.

GRUPPO ………………………. Data: …………………..
Nomi dei partecipanti
……………………………. ………………………….. …………………………

SCHEDA 9

Durante le precedenti discussioni abbiamo trovato proposizioni che sono valide in geometria euclidea ma non in geometria sferica.

Collocate le proposizioni che abbiamo esaminato nella tabella seguente ed eventualmente trovatene altre.
Se credete vi sia d'aiuto consultate il testo di geometria

PROPOSIZIONI VALIDE	
NELLA GEOMETRIA DELLA SFERA	NELLA GEOMETRIA DEL PIANO (EUCLIDEA)