

ELABORATO 1

Circuiti RC e RL a confronto

Il circuito in **fig. 1** è un circuito RC: contiene una resistenza R , un condensatore di capacità C e un generatore che eroga una forza elettromotrice f .

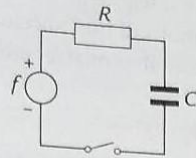


Figura 1

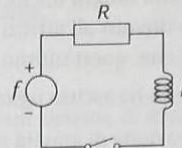


Figura 2

Il circuito in **fig. 2** è un circuito RL: contiene una resistenza R , un'induttanza L e un generatore che eroga una forza elettromotrice f .

Sappiamo che, alla chiusura dell'interruttore, in entrambi i circuiti circola una corrente variabile nel tempo. Chiamiamo $i(t)$ la funzione che descrive, nel tempo, l'intensità di corrente e ricordiamo anche che la carica $q(t)$ che scorre nel circuito al passare del tempo è legata all'intensità di carica dalla relazione $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$.

Applicando la seconda legge di Kirchhoff ai due circuiti, con l'interruttore chiuso, si ottengono le due equazioni differenziali che regolano il passaggio di corrente:

$$\text{per il circuito RC} \quad f - \frac{1}{C}q(t) = R \frac{dq(t)}{dt} \quad [1]$$

$$\text{per il circuito RL} \quad f - L \frac{di(t)}{dt} = Ri \quad [2]$$

1. Attraverso misure dell'intensità di corrente nel tempo sul circuito RC, si nota che essa, al momento della chiusura dell'interruttore, cioè all'istante $t = 0$, assume il valore massimo, per poi diminuire rapidamente. Ipotizza un andamento del tipo:

$$i(t) = Ae^{kt}$$

Verifica che esso è compatibile con la [1] e trova i valori di A e k , considerando anche il fatto che, all'istante $t = 0$, il condensatore è scarico.

2. Poni $R = 100 \Omega$, $C = 10^{-3} \text{ F}$ e $f = 50 \text{ V}$. Rappresenta il grafico della funzione $q = q(t)$ corrispondente a questi dati, applicando opportune trasformazioni al grafico della funzione $f(t) = e^t$ e scrivi le equazioni delle trasformazioni utilizzate.

3. Se si misura la carica presente sulle armature del condensatore a un certo istante con uno strumento avente risoluzione uguale a 10^{-4} C , dopo quanto tempo dalla chiusura dell'interruttore si è portati a pensare che essa abbia raggiunto il suo massimo valore? A quale risultato si giungerebbe invece con considerazioni puramente matematiche sulla funzione $q = q(t)$?

4. È possibile calcolare l'intensità di corrente media nei primi 5 s applicando due importanti teoremi dell'analisi. Eseguì il calcolo nei due modi, individuando i teoremi da applicare e specificando a quali funzioni essi vanno applicati.

5. Attraverso misure dell'intensità di corrente nel tempo sul circuito RL, si nota che essa, al momento della chiusura dell'interruttore, assume il valore 0, per poi crescere rapidamente verso un valore di soglia. Ipotizza un andamento del tipo:

$$i(t) = A(1 - e^{kt})$$

Verifica che esso è compatibile con la [2], trova i valori di A e k , poni $L = 5 \text{ H}$ (utilizzando per R e per f gli stessi valori indicati in precedenza), e rappresenta la funzione ottenuta con tecniche analoghe a quelle che hai utilizzato al punto 2.

6. Immaginando di chiudere contemporaneamente gli interruttori dei due circuiti, in quale istante essi sono percorsi da correnti aventi la stessa intensità?

ELABORATO 2

Evoluzione del concetto di campo gravitazionale e di spazio

Problema 1

L'esplorazione dello spazio oltre l'atmosfera terrestre cominciò alla fine degli anni '50 del XX secolo con il lancio di sonde verso la Luna (il centro della Luna dista 384 000 km dal centro della Terra; la massa della Luna è di $7,35 \cdot 10^{22}$ kg; la massa della Terra è $5,97 \cdot 10^{24}$ kg). Le sonde lanciate erano di tre tipi: alcune alla Luna (*flyby*) e altre ancora invece erano destinate a schiantarsi sul suolo lunare (*impactor*) raccogliendo dati e immagini prima dell'impatto. Ci sono voluti diversi tentativi prima che qualcuna di quelle sonde raggiungesse il suo obiettivo.

In alcune missioni di tipo *impactor* la sonda viene prima immessa in un'orbita terrestre, poi un'ulteriore spinta dovuta ai razzi la immette sulla traiettoria verso la Luna e il moto continua solo sotto l'azione delle forze gravitazionali.

- A Quali forze agiscono su una sonda in orbita intorno alla Terra? Trascura l'effetto della Luna.
- B Trascurando la presenza della Luna, dimostra che l'energia cinetica di una satellite di massa m in orbita terrestre circolare a distanza r dal centro della Terra può essere espressa come $K = G \frac{M_T m}{2r}$, dove M_T è la massa terrestre.
- C Dove si trova il punto a gravità zero, tra Terra e Luna, in cui la risultante delle forze gravitazionali agenti sulla sonda è zero?
- D Che forze verrebbero misurate su un oggetto libero in un riferimento solidale con la sonda prima, durante e dopo il passaggio dal punto a gravità zero? Perché?
- E Se il razzo che fornisce la spinta iniziale verso la Luna smette di agire alla distanza di 7000 km dal centro della Terra, che velocità deve avere in quel momento la sonda per raggiungere il punto a gravità zero con velocità trascurabile?
- F Se la sonda arriva al punto a gravità zero con velocità trascurabile, con che velocità colpirà la superficie della Luna (il raggio della Luna è di 1740 km)?

[$3,46 \cdot 10^8$ m; 10 500 m/s; 2270 m/s]

ELABORATO 3

Crisi della fisica classica – Planck e il corpo nero

Una delle problematiche che maggiormente ha contribuito alla nascita della meccanica quantistica, alla fine del secolo XIX, è stata l'analisi, e il conseguente dibattito, dello spettro di emissione della radiazione elettromagnetica da parte di un **corpo nero**.

Si considerò, in particolare, l'andamento al variare della lunghezza d'onda λ della radiazione emessa, della funzione $\rho(\lambda)$ che fornisce la densità di energia trasportata dalla radiazione stessa per unità di lunghezza d'onda; in altre parole, l'espressione $\rho(\lambda)d\lambda$ rappresenta l'energia trasportata dalle onde elettromagnetiche emesse aventi lunghezza d'onda compresa tra λ e $\lambda + d\lambda$.

Va osservato inoltre che la funzione $\rho(\lambda)$ assume un andamento differente a seconda della temperatura assoluta T a cui si trova il corpo nero.

Il dibattito sorse perché, in particolare per lunghezze d'onda molto piccole (dell'ordine di 10^{-6} m), non si aveva accordo tra i dati sperimentali e le previsioni teoriche.

In **fig. 1** è mostrato l'andamento della funzione $\rho(\lambda)$ secondo i dati sperimentali ricavati da Lummer (1897) e Pringsheim (1899), a una data temperatura: si può osservare che i punti rappresentati giacciono su una curva che tende a 0 sia per $\lambda \rightarrow 0$ sia per $\lambda \rightarrow +\infty$ e che presenta un massimo in corrispondenza di un certo valore di lunghezza d'onda λ_{\max} .

I dati sperimentali ricavati a temperature differenti mostravano poi che l'ascissa λ_{\max} del massimo e la temperatura assoluta T sono inversamente proporzionali, secondo la **legge di Wien**: $\lambda_{\max}T = A$, con $A \approx 2,9 \cdot 10^{-3}$ mK.

D'altro canto, i risultati teorici, ricavati dai fisici Rayleigh e Jeans con l'utilizzo della termodinamica e dell'elettromagnetismo fino ad allora conosciuti, portavano, per la funzione $\rho(\lambda)$, alla seguente espressione:

$$\rho_1(\lambda) = 8\pi \frac{kT}{\lambda^4}$$

dove k è la **costante di Boltzmann**, $k \approx 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K.

1. Traccia l'andamento della funzione $\rho_1(\lambda)$ prevista dai calcoli di Rayleigh e Jeans e spiega perché essa non è in accordo con i dati sperimentali di Lummer e Pringsheim. Stabilisci inoltre se l'area compresa tra il grafico e l'asse delle ascisse è finita o meno.

2. Alla luce dei risultati trovati al punto 1. prova, in particolare, a interpretare le seguenti contraddizioni, che emergono dal punto di vista fisico:

- la cosiddetta **catastrofe ultravioletta**, per cui a lunghezze d'onda sempre più piccole dovrebbero corrispondere energie sempre più alte;
- il fatto che, calcolando l'energia totale emessa dal corpo nero a una certa temperatura su tutte le lunghezze d'onda, il risultato presuppone che il corpo nero sia in grado di irradiare una quantità infinita di energia.

Fu l'intervento di Planck (1900) a dirimere la questione. Egli, introducendo nel calcolo un'ipotesi *ad hoc*, secondo la quale l'energia emessa è multipla di un *quanto* fondamentale di energia, direttamente proporzionale alla frequenza dell'onda elettromagnetica, trovò per la funzione $\rho(\lambda)$ il seguente risultato:

$$\rho_2(\lambda) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda T}} - 1}$$

dove $h \approx 6,62 \cdot 10^{-34}$ J · s è la cosiddetta **costante di Planck** e $c \approx 3,00 \cdot 10^8$ m/s è la **velocità della luce** nel vuoto.

3. Mostra che la derivata, calcolata rispetto a λ , della funzione ottenuta da Planck è data dalla seguente espressione:

$$\frac{d\rho_2}{d\lambda} = \frac{\alpha}{\lambda^6(e^{\frac{\gamma}{\lambda T}} - 1)} \left(\frac{\frac{\gamma}{\lambda} e^{\frac{\gamma}{\lambda T}}}{e^{\frac{\gamma}{\lambda T}} - 1} - 5 \right)$$

dove si è posto, per semplificare i calcoli, $\alpha = 8\pi hc$ e $\gamma = \frac{hc}{kT}$.

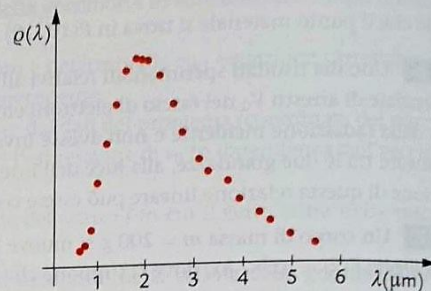


Figura 1

ELABORATO 4

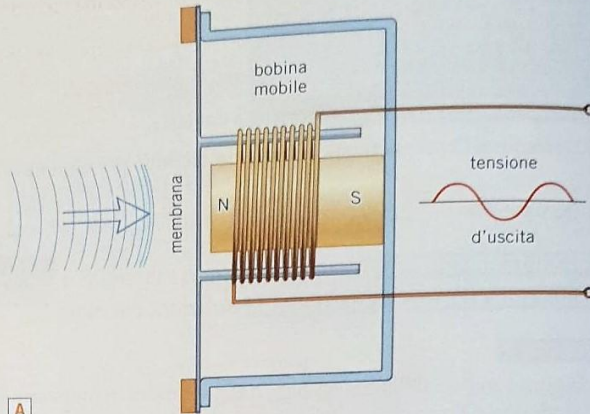
Induzione elettromagnetica

Problema 1

Un microfono è un trasduttore in grado di convertire un'onda meccanica (il suono) in un segnale elettrico. I microfoni dinamici (come quello schematizzato in figura) funzionano in base al fenomeno dell'induzione elettromagnetica.

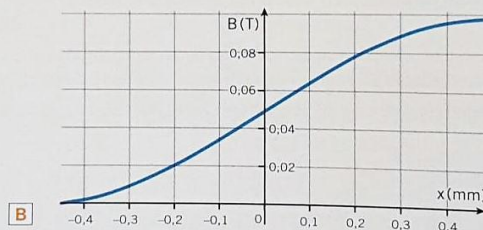
A Osserva la figura A: una bobina rigida è solidale con una membrana e si può muovere lungo un magnete. Spiega il principio di funzionamento del microfono.

B Che effetto ha la massa del sistema membrana-bobina sulla corrente prodotta? Influisce sulla capacità del microfono di rivelare suoni di bassa intensità?

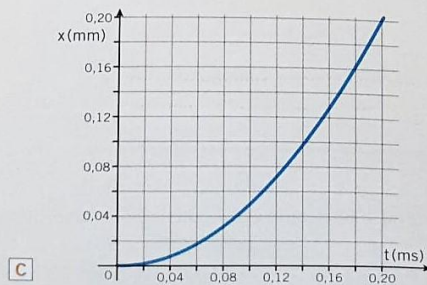


Consideriamo una situazione semplificata di un microfono in cui la bobina è un anello con un diametro di 7,0 mm costituito da 100 avvolgimenti di filo. La resistenza complessiva della bobina è di 20 Ω.

In figura B è rappresentato il campo magnetico medio che attraversa la bobina in funzione della posizione della bobina stessa. Il valore $x=0$ corrisponde alla posizione di equilibrio del sistema membrana-bobina.



Un suono determina lo spostamento x della membrana e della bobina nel tempo illustrato in figura C.



C Stima la corrente media indotta nella bobina nell'intervallo di tempo tra 0 s e 0,12 ms.

D CON LE DERIVATE La curva $B(x)$ che esprime il campo magnetico (in T) in funzione della posizione x della bobina nell'intervallo considerato può essere ben approssimata dall'espressione

$$B(x) = 0,1 \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \left(x + \frac{1}{2} \right) \right)$$

La curva $x(t)$ che descrive lo spostamento della membrana nell'intervallo di tempo considerato è descritta dalla funzione $x(t) = 5 \left(\frac{t}{1000} \right)^2$ (con t espresso in secondi). Scrivi l'espressione analitica della corrente indotta nell'intervallo di tempo [0 s; 0,2 ms].

E La bobina viene connessa a un circuito RLC ($R = 0,4 \Omega$, $L = 37 \text{ mH}$). Che capacità deve avere il condensatore perché il circuito entri in risonanza con un suono di frequenza pari a 440 Hz?

[0,016 A; 3,5 μF]

ELABORATO 5

Dualismo onda-particella – Esperimenti in cui la luce manifesta la natura corpuscolare**Problema**

In una serie di esperimenti di effetto fotoelettrico condotti con una radiazione visibile, nei quali si è utilizzato come catodo fotoemittente del cesio, si sono ottenuti i seguenti valori

Frequenza della radiazione incidente (Hz)	Potenziale di arresto (V)
$3,50 \cdot 10^{14}$ (luce rossa)	---
$5,5 \cdot 10^{14}$ (luce arancione)	0,34
$6,0 \cdot 10^{14}$ (luce verde)	0,55
$6,9 \cdot 10^{14}$ (luce blu)	0,93
$7,4 \cdot 10^{14}$ (luce viola)	1,15

- A** Rappresenta i dati in un grafico, traccia la retta che passa per i punti e trovanne l'equazione.
B Spiega il significato fisico dei coefficienti che compaiono nell'equazione della retta.
C Calcola la costante di Planck, la frequenza di soglia e il potenziale di estrazione a partire da questi dati sperimentali.
D Perché in tabella non è riportato nessun valore del potenziale di arresto in corrispondenza della luce rossa?
E Rappresenta i dati in un secondo grafico in cui si riporta in ascissa la lunghezza d'onda λ e in ordinata il potenziale di arresto V_{stop} . Quale curva passa per il dati? Qual è la sua equazione $V_{stop}(\lambda)$? Che significato ha il valore di $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} V_{stop}(\lambda)$?

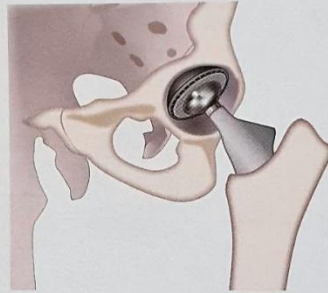
$$[V_{arr} = 4,25 \cdot 10^{-15} f - 2,0; 4,7 \cdot 10^{14} \text{ Hz}; 2,0 \text{ V}]$$

ELABORATO 6

Cariche in moto all'interno di campi elettrici e magnetici

Problema

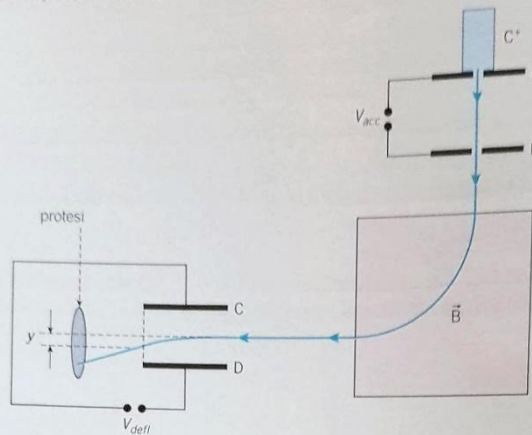
L'anca è l'articolazione che permette il movimento della testa del femore rispetto al bacino. La superficie del femore e quella del bacino sono ricoperte da una cartilagine che riduce l'attrito e facilita il movimento. Nelle persone anziane l'artrosi o eventuali fratture del femore richiedono l'impianto di una protesi per mantenere la funzionalità dell'articolazione.



CHARGE IN MOTO

In alcuni casi, per ottenere anche per la protesi un basso attrito analogo alla situazione fisiologica, la protesi viene rivestita con diamante amorfo, cioè carbonio, con cui il tessuto umano non interagisce.

Per realizzare il rivestimento, il carbonio viene ionizzato ottenendo ioni C^+ (di massa $m = 1,99 \cdot 10^{-26}$ kg). Questi ioni, inizialmente con velocità trascurabile, vengono accelerati da una differenza di potenziale V_{acc} applicata a due piastre metalliche A e B (vedi figura); successivamente attraversano una zona in cui è presente un campo magnetico perpendicolare al piano della traiettoria, in modo da essere deflessi di 90° ; infine un ulteriore campo elettrico tra le piastre C e D, dovuto a una differenza di potenziale V_{defl} , devia gli ioni verso il punto desiderato.



Nello svolgimento si trascuri la forza di gravità.

A Calcola la differenza di potenziale V_{acc} necessaria perché gli ioni C^+ raggiungano la velocità $v = 2,10 \cdot 10^5$ m/s. Specifica anche quale tra le piastre A e B è a potenziale maggiore.

B Calcola l'intensità di \vec{B} in modo che gli ioni percorrano un arco di circonferenza di raggio 0,50 m; specifica anche la direzione e il verso del campo magnetico.

Per colpire uno specifico punto della protesi gli ioni vengono deflessi dal campo elettrico tra le piastre C e D. La lunghezza delle piastre è $s = 22,0$ cm e la distanza tra di esse è $d = 8,0$ cm. Il campo elettrico è generato da una differenza di potenziale V_{defl} tra le piastre. Passando tra le piastre gli ioni sono sottoposti a una deflessione verticale y (vedi figura).

C Dimostra che la relazione tra differenza di potenziale e la deflessione y che si vuole ottenere è data da

$$V_{defl} = \frac{md}{e} \frac{2yv_x^2}{s^2}$$

D Calcola V_{defl} nel caso descritto sopra, con $y = 2,00$ cm.

ELABORATO 7

Relatività ristretta**metodi alla prova**

Un protone proveniente dalla direzione del Sole raggiunge l'atmosfera terrestre con velocità $v = 0,88 c$, misurata nel sistema di riferimento terrestre.

Nel riferimento terrestre la distanza Sole-Terra è $D_{ST} = 1,5 \cdot 10^8$ km.

Nel sistema di riferimento del protone calcola:

1. la distanza d_{ST} Sole-Terra;
2. la durata Δt del viaggio Sole-Terra.

Un'astronave si allontana dalla Terra nella stessa direzione e nello stesso verso del protone. Nel sistema di riferimento della Terra, l'astronave ha velocità $w = 0,12 c$.

3. Calcola la velocità v_{pa} del protone nel sistema di riferimento dell'astronave.

La propulsione dell'astronave è garantita da motori che imprimono una forza costante \vec{F} nella stessa direzione di moto dell'astronave. In questa situazione, il modulo a dell'accelerazione dell'astronave è legato al modulo della forza \vec{F} dalla relazione

$$F = \gamma^3 m a, \quad (1)$$

dove $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, v è la velocità dell'astronave e m la sua massa.

4. Dimostra che l'accelerazione dell'astronave è una funzione strettamente decrescente della sua velocità.
5. Studia la funzione $f(x) = \sqrt{(1 - x^2)^3}$ e tracciane il grafico.
6. Calcola le coordinate del punto P di intersezione tra le due tangenti inflessionali alla curva $y = f(x)$.

ELABORATO 8

Modelli atomici e decadimenti radioattivi**Quesito 1 CON I LIMITI**

Molti nuclidi radioattivi decadono in altri nuclidi a loro volta instabili. In questo caso il numero di atomi $N(t)$ di un fissato radionuclide è dato dalla seguente espressione:

$$N(t) = N(0)e^{-\lambda t} + \frac{P}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t})$$

dove $\lambda > 0$ è la costante di decadimento mentre P è il rateo di produzione. Consideriamo ora due radionuclidi caratterizzati dai seguenti numeri di atomi $N_1(t)$ e $N_2(t)$ a cui corrispondono i seguenti parametri $\lambda_1, \lambda_2, P_1$ e P_2 .

A Determina quale condizione deve essere soddisfatta dai quattro parametri, affinché si abbia:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{N_1(t)}{N_2(t)} = 10 \quad \left[\frac{\lambda_2 P_1}{\lambda_1 P_2} = 10 \right]$$

Quesito 2 CON GLI INTEGRALI

Il numero di nuclei di un campione di sostanza radioattiva varia nel tempo secondo la legge esponenziale:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

dove $N_0, N(t)$ sono rispettivamente il numero di nuclei all'istante 0 s e all'istante t , mentre $\lambda > 0$ è la costante di decadimento. La vita media τ è definita come media integrale, cioè può essere calcolata con la seguente espressione:

$$\tau = \frac{\int_0^{+\infty} tN(t) dt}{\int_0^{+\infty} N(t) dt}$$

A Dimostra che tale definizione è consistente con quella utilizzata usualmente $\tau = \frac{1}{\lambda}$.

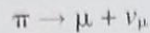
Alcuni nuclei radioattivi non decadono sempre allo stesso modo ma hanno una certa probabilità di decadere in un modo oppure in un altro.

- I. Scrivi le reazioni nucleari di entrambi i decadimenti e spiega in che cosa consistono in generale i decadimenti α e β
- II. La vita media dei nuclei di bismuto è di 87,0 minuti. I nuclei di bismuto che decadono emettono una particella α il 36 % delle volte e una particella β il 64% delle volte. Scrivi la funzione che descrive il numero di nuclei di bismuto in funzione del tempo e calcola il tempo di dimezzamento

ELABORATO 9

I classici della fisica: conservazione dell'energia e della quantità di moto**PROBLEMA****Piani, mesoni e neutrini**

Il pione π è una particella subatomica avente massa $m_\pi = 139,6 \text{ MeV}/c^2$. Il pione è instabile e decade spontaneamente trasformandosi in un muone μ e in un neutrino ν_μ :



La massa del muone è $m_\mu = 105,7 \text{ MeV}/c^2$ mentre quella del neutrino è così piccola che in questo tipo di decadimenti può essere considerata nulla. Un pione in quiete decade.

► Calcola l'energia Q rilasciata nel decadimento.

L'energia del decadimento si ripartisce fra il muone e il neutrino sotto forma di energia cinetica, per cui

$$(1) \quad K_\mu + K_\nu = Q$$

► È possibile che una delle due particelle acquisti tutta l'energia e l'altra rimanga in quiete?

Nel seguito sono riportati i calcoli per ricavare quantità di moto ed energia del muone e del neutrino. Con m si indica la massa del muone, con E le energie totali, K rappresenta le energie cinetiche e p le quantità di moto delle particelle.

► Commenta i passaggi (2), (3) e (4) indicando quale proprietà è stata di volta in volta utilizzata:

$$(2) \quad p_\nu = p_\mu$$

$$(3) \quad E_\nu = K_\nu = p_\nu c$$

$$(4) \quad K_\mu = E_\mu - mc^2$$

$$(5) \quad K_\mu + mc^2 = \sqrt{m^2 c^4 + c^2 p_\mu^2}$$

l'energia totale del muone è $E_\mu = \sqrt{m^2 c^4 + c^2 p_\mu^2}$

$$(6) \quad (K_\mu + mc^2)^2 = m^2 c^4 + K_\nu^2$$

applicando la (2) e la (3)

$$(7) \quad K_\mu = \frac{Q^2}{2(mc^2 + Q)}$$

applicando la (1) ed esplicitando in termini di K_μ

► Calcola i valori delle energie cinetiche finali delle due particelle.

► La particella con massa maggiore ha l'energia cinetica minore. Accade anche nel caso classico? Motiva con un esempio.

[33,9 MeV; 4,1 MeV; 29,8 MeV]

ELABORATO 10

Onde elettromagnetiche**Connessione Wi-Fi**

Stai installando il tuo nuovo modem router ADSL wireless, che permette la connessione a internet anche del tuo telefono mediante rete WiFi a 2,400 GHz. A un certo punto il software per la configurazione visualizza l'elenco mostrato in figura e ti chiede di scegliere uno dei 13 canali WiFi disponibili, che trasmettono a diversa frequenza. In casa tua hai anche un media center che trasmette in WiFi sul canale 3. Selezioni quindi il canale 7.

Channel-01	2412MHz
Channel-02	2417MHz
Channel-03	2422MHz
Channel-04	2427MHz
Channel-05	2432MHz
Channel-06	2437MHz
Channel-07	2442MHz
Channel-08	2447MHz
Channel-09	2452MHz
Channel-10	2457MHz
Channel-11	2462MHz
Channel-12	2467MHz
Channel-13	2472MHz

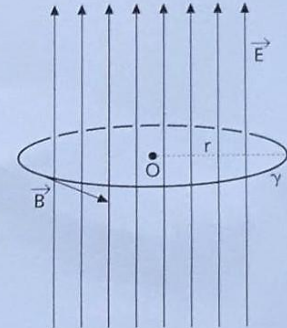
1. Dopo aver calcolato la lunghezza dell'onda elettromagnetica emessa dal canale 7 e classificato il tipo di radiazione, spiega con quale ragionamento scegli un canale di trasmissione WiFi.
3. Il dispositivo può emettere onde di intensità massima pari a $0,1000 \text{ W/m}^2$. Determina i massimi valori efficaci del campo elettrico e del campo magnetico.
4. Supponi che l'onda si propaghi lungo l'asse orizzontale, ovvero l'asse x . Scrivi la funzione $E(x, t)$ che descrive la propagazione del campo elettrico lungo l'asse x e fai un disegno, indicando la posizione dell'antenna e i campi elettrico e magnetico per almeno un'oscillazione completa.

ELABORATO 11

Equazioni di Maxwell

7. Un campo elettrico \vec{E} , uniforme e variabile nel tempo, genera un campo magnetico indotto \vec{B} . Si consideri una circonferenza γ di raggio r e di centro O perpendicolare al campo \vec{E} ; si sa che il campo \vec{B} è tangente a γ , nel piano che la contiene; inoltre, in tutti i punti di γ il suo modulo è dato dalla relazione $B(t) = \mu_0 \epsilon_0 r a \frac{t^2}{bt^2+1}$, con $a = 5 \cdot 10^5 \frac{\text{Tm}}{\text{s}^4}$ e $b = 2 \text{ s}^{-2}$.

- Determinare il modulo del campo elettrico \vec{E} , supponendo che all'istante $t = 0 \text{ s}$ sia nullo.
- Verificare che esso non dipende da r .



CON LE DERIVATE Una spira circolare si trova immersa in un campo magnetico uniforme inclinato di 45° rispetto al suo asse. La spira ha un raggio di $7,4 \times 10^{-4} \text{ m}$ e il modulo del campo magnetico varia secondo la legge $B(t) = b_0 t^2$ con $b_0 = 5,0 \times 10^{-6} \frac{\text{T}}{\text{s}^2}$.

- Determina il modulo della circuitazione del campo elettrico al variare del tempo lungo un cammino che coincide con la spira circolare.
- Determina il modulo del campo elettrico indotto all'istante $t = 2,0 \text{ s}$.

$$\left[\left(1,2 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^2 \text{T}}{\text{s}^2} \right) t; 5,2 \times 10^{-9} \frac{\text{N}}{\text{C}} \right]$$

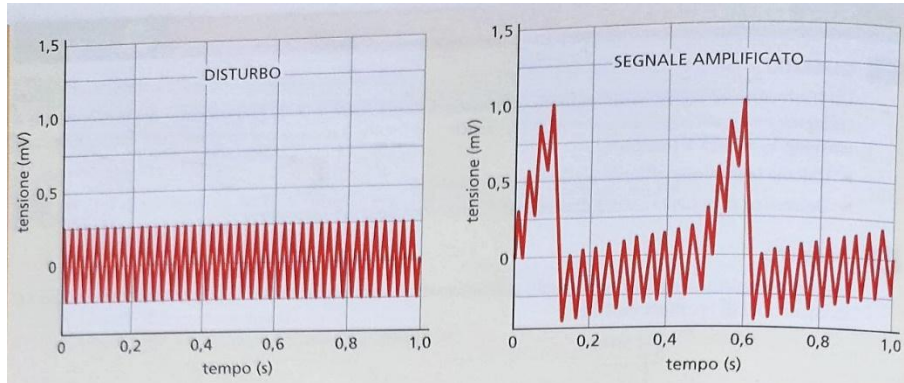
ELABORATO 12

Circuito RC dal cardiologo

PROBLEMA
Filtri elettrici dal cardiologo

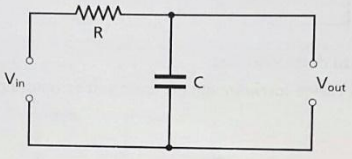
Durante un elettrocardiogramma, il battito cardiaco del paziente è rilevato da opportuni sensori che inviano al dispositivo di analisi un segnale elettrico. Nella figura è rappresentato, su scala di un secondo, l'andamento temporale del segnale di un paziente.

a Quanti battiti al minuto ha il paziente?



Il segnale rilevato dai sensori è molto debole e deve quindi essere amplificato. Ciò introduce un disturbo dovuto alla rete elettrica a 50 Hz: tale disturbo ha l'andamento temporale rappresentato nella figura a sinistra. Il segnale risultante (figura a destra) è la somma dei due segnali precedenti, che hanno frequenze diverse.

Si vuole compensare l'effetto indesiderato della rete elettrica utilizzando un *filtro passa-basso*, ossia un dispositivo elettronico che, in questo caso, riceve in ingresso il segnale del sensore e restituisce in uscita solo il segnale a frequenza minore, ossia quello del battito cardiaco. A tale scopo si decide di impiegare un circuito RC nella configurazione detta *passa-basso*, come mostrato in figura.



Supponi che la tensione in ingresso vari in modo sinusoidale secondo la legge

$$V_{in} = V_{0in} \sin(\omega t)$$

- b Scrivi l'equazione differenziale del circuito in termini della carica $q(t)$.
- Risolviendo la precedente equazione, si trova che il rapporto tra la tensione in uscita, prelevata ai capi del condensatore, e quella in ingresso proveniente dal sensore dipende dalla pulsazione secondo la legge

$$H(\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

- nota come *funzione di trasferimento del circuito*.
- c Verifica che in corrispondenza della frequenza $f = 1/(2\pi RC)$, detta *frequenza di taglio*, la tensione ai capi del condensatore è ridotta di un fattore $1/\sqrt{2}$.
 - d Valuta il comportamento della funzione di trasferimento per valori in frequenza al di sopra e al di sotto della frequenza di taglio e spiega il comportamento di tipo passa-basso del filtro.
- Il circuito RC viene scelto in modo che $RC = 0,05$.
- e Spiega perché questo filtro permette di ridurre il disturbo.

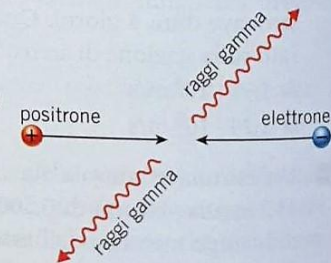
ELABORATO 13

Composizione relativistica della velocità e quantità di moto

Problema

In un acceleratore, un elettrone e e un positrone e^+ (una particella di antimateria avente la stessa massa dell'elettrone ma carica opposta) si muovono alla velocità di $0,6c$ ma in versi opposti, rispetto al sistema di riferimento dell'acceleratore.

- A** Calcola quanta energia è stata fornita a ciascuna particella in fase di accelerazione, specificando le ipotesi necessarie. Esprimi il risultato in eV.
- B** Determina la velocità del positrone nel sistema di riferimento dell'elettrone. Stima la differenza rispetto al calcolo classico e discuti il fenomeno alla luce delle tue conoscenze di relatività.
- C** Nel rivelatore si osserva che le particelle sono inizialmente a distanza di 100 m l'una dall'altra. Calcola dopo quanto tempo collidono e traccia i grafici $t-s$ rispetto al sistema di riferimento dell'acceleratore e di ciascuna particella.
- D** Quanto tempo trascorre dal passaggio attraverso il rivelatore fino all'impatto nel sistema di riferimento dell'elettrone? Spiega il concetto di tempo proprio.
- E** Al momento dell'impatto le due particelle si annichilano producendo una coppia di fotoni identici emessi in direzioni opposte. Determina la lunghezza d'onda della radiazione prodotta.



204

Successivamente viene aumentata l'energia di accelerazione perché nell'urto tra le due particelle sia possibile produrre un bosone Z^0 (di massa $m_z = 91,2 \text{ GeV}/c^2$)

- F** Calcola l'energia cinetica minima perché la reazione possa avvenire, spiegando il procedimento utilizzato. Esprimi il risultato in GeV.
- G** Nella reazione considerata si conservano l'energia, l'energia cinetica, la massa e la quantità di moto? Interpreta le variazioni delle quantità che non si conservano.

Considera l'espressione della quantità di moto relativistica

$$p(v) = \gamma m v = \frac{m v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- H CON I LIMITI** Scrivi il dominio della funzione $p(v)$ e calcola i valori dei limiti agli estremi del dominio. Inverti la funzione $p(v)$ scrivendo l'espressione di $v(p)$. Scrivi il dominio della funzione $p(v)$.

$[0,13 \text{ MeV}; 0,88 c; 0,28 \mu\text{s}; 0,22 \mu\text{s}; 1,94 \cdot 10^{-12} \text{ m}; 45,6 \text{ GeV}; -c; c; \mathbb{R}]$

ELABORATO 14

EINSTEIN E L'EFFETTO FOTOELETTRICO

Avendo a disposizione un apparato per sperimentare l'effetto fotoelettrico decidiamo di eseguire diversi esperimenti per verificare la validità del modello del fotone di luce e in particolare la legge che spiega come il fenomeno si possa interpretare imponendo la conservazione dell'energia nell'interazione uno a uno fotone-elettrone $K_{max} = hf - W_0$

Capitolo 10 PARTICELLE E SISTEMI

L'apparato è formato da un tubo a vuoto che contiene due elettrodi A e B a cui puoi applicare un potenziale. In B possiamo sostituire diverse placchette metalliche di cui conosciamo il lavoro di estrazione:

Metallo	Lavoro di estrazione [eV]
Alluminio	4,28
Rame	4,65
Oro	5,30
Potassio	2,30
Piombo	4,14
Nickel	5,15
Magnesio	3,66
Berillio	4,98

Per prima cosa installiamo la targhetta d'oro nel catodo B e facciamo incidere su di essa una luce monocromatica di frequenza $f = 1200 \text{ THz}$. Il voltaggio tra gli elettrodi è nullo.

A Spiega perché non circola corrente nel circuito.

B Inizia a circolare corrente se aumentiamo il voltaggio da 0 a 5V? Spiega.

C Inizia a circolare corrente se aumentiamo l'irraggiamento della radiazione luminosa? Spiega.

D Come possiamo modificare la radiazione incidente in termini di lunghezza d'onda/frequenza in modo che inizi a circolare corrente?

E Che placchetta metallica potremmo sostituire, tra quelle a disposizione, per vedere circolare corrente?

Ora sostituiamo nell'apparato una placchetta metallica di piombo e la irraggiamo con una radiazione monocromatica di lunghezza d'onda $\lambda = 220 \text{ nm}$. Il voltaggio tra gli elettrodi è nullo.

F Spiega perché circola corrente nel circuito.

G Come possiamo modificare l'apparato in termini di lunghezza d'onda della radiazione incidente o tipo di placchetta metallica in modo che siano estratti elettroni con una maggior energia cinetica?

H Per impedire, invece, che circoli corrente nel circuito possiamo applicare un controcampo in modo gli elettroni emessi dalla placchetta vengano fermati prima di raggiungere l'anodo A. Calcola il potenziale minimo che possiamo applicare (potenziale di arresto) per arrestarli nel caso della situazione data.

I Come si modifica il potenziale di arresto raddoppiando la frequenza della radiazione incidente?

Decidiamo di verificare i calcoli fatti applicando una differenza di potenziale ai capi degli elettrodi e, tramite i dati raccolti dall'ampmetro, troviamo una curva avente questo andamento:

L Spiega perché, al variare del potenziale, la curva ottenuta ha questa forma.

M Come ti aspetti si modifichi la curva se, lasciando invariata la lunghezza d'onda, aumentiamo l'irraggiamento?

N Come ti aspetti si modifichi il grafico se diminuiamo la lunghezza d'onda?

O Come ti aspetti si modifichi il grafico se la lunghezza d'onda sale a 500 nm?

Infine, tra il materiale, troviamo una placchetta metallica di cui non è indicato il materiale. Variando il potenziale tra gli elettrodi scopriamo che il potenziale di arresto vale 3,62 V se si utilizza una radiazione di lunghezza d'onda pari a 150 nm.

P Di che materiale si può trattare?

[1,5 V; 4,65 V]

ELABORATO 15

Energia relativistica

PROBLEMA D'ESAME PROPOSTO

Una relazione lineare per l'energia relativistica

I fisici che studiano le particelle elementari sono spesso impegnati nell'analisi di grandi quantità di dati raccolti durante gli esperimenti. Le collisioni tra protoni realizzate al CERN di Ginevra, per esempio, generano ogni anno oltre 30 petabyte di dati (1 petabyte = 10^{15} byte) da esaminare e filtrare. Per analizzare una mole così impressionante di misure, è importante trovare un modo compatto di mettere in relazione le quantità fisiche misurate. Per esempio, si possono cercare *relazioni lineari*, di proporzionalità diretta, che sono più semplici da studiare.

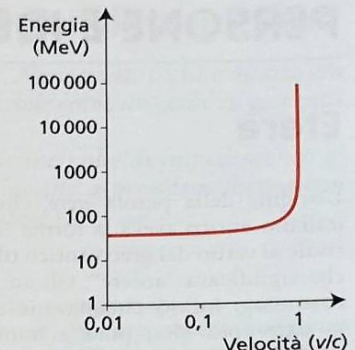
Per sviluppare un modello di linearizzazione nell'ambito della fisica delle particelle, considera uno sciame di corpuscoli elementari in moto rettilineo uniforme ad altissime velocità (si può pensare a particelle elementari che viaggiano in un acceleratore lineare). I corpuscoli sono tutti identici e possono essere descritti come punti materiali di ugual massa; essi hanno però una gamma variabile di velocità. L'esperimento indaga il comportamento di queste particelle e prevede l'esecuzione di due misure distinte su ogni corpuscolo: una di velocità (v) e una di energia (E).

La tabella a lato contiene una serie di misure estratte da una sessione di acquisizione dati dell'esperimento: le velocità dei corpuscoli sono espresse in unità c , mentre l'energia totale è espressa in MeV.

Velocità [v/c]	Energia [MeV]
0,005000000000	0,509260000
0,010000000000	0,509280000
0,040000000000	0,509660000
0,080000000000	0,510890000
0,130000000000	0,513610000
0,350000000000	0,543640000
0,440000000000	0,567100000
0,580000000000	0,625150000
0,880000000000	1,07217000
0,995000000000	5,09892000
0,999900000000	36,0106400
0,999950000000	161,040660
0,999999000000	1138,72810
0,999999900000	3600,97420
0,999999990000	11387,2805

L'andamento dell'energia misurata in funzione della velocità non corrisponde a quanto atteso in uno scenario classico, come mostrato nel grafico a fianco dove, per comodità di visualizzazione, sono state usate scale logaritmiche. Dopo aver esaminato la tabella e il grafico, rifletti sulle seguenti domande e rispondi ai quesiti, motivando la tua risposta.

- Se la misura di energia riguardasse una sola particella dello sciame, considerata dal punto di vista classico, quale sarebbe la relazione tra l'energia cinetica della particella e la sua velocità? Disegna il grafico dell'energia in funzione della velocità e spiega che cosa emerge dal confronto con il grafico mostrato a lato.
- Disegna il grafico dell'energia relativistica teorica di un corpo in funzione della sua velocità su una scala lineare. Che cosa puoi dire di questo grafico? Usa le relazioni fra velocità, energia cinetica ed energia di riposo per giustificare la tua risposta. Si tratta di conclusioni compatibili con il grafico mostrato sopra?



Il passo successivo per l'analisi dei dati dell'esperimento consiste nel processo di *linearizzazione* del grafico fornito dal problema. In altre parole, si vuole trovare una relazione tra le grandezze fisiche coinvolte nell'esperimento che sia di tipo *lineare*, ovvero una retta. Per fare questo, supponi per comodità di lasciare sull'asse verticale l'energia misurata nell'esperimento e considera solo la trasformazione matematica da applicare alla variabile sull'*asse orizzontale*.

- Pensa a quale variabile legata alla velocità permette di ottenere una relazione di proporzionalità diretta con l'energia e disegna poi il nuovo grafico a partire dai valori forniti in tabella.
- Fornisci un'interpretazione fisica della pendenza angolare della retta. È possibile riconoscere di quale particella elementare si tratta? Individua infine sul tuo nuovo grafico i diversi contributi all'energia totale della particella.

ELABORATO 16

Induzione elettromagnetica. Fem indotta ed energia immagazzinata

Un solenoide molto lungo è formato da $n = 850$ avvolgimenti per metro. Il solenoide è alimentato con una corrente di intensità $i(t) = (0,55 \text{ A})\sin((320 \text{ s}^{-1})t)$.

1. Determina come varia nel tempo l'intensità del campo magnetico all'interno del solenoide.
2. Considera la superficie cilindrica che coincide con il solenoide. Indica con ϕ_1 e ϕ_2 i flussi del campo magnetico sulle due superfici di base del cilindro. Stabilisci quale relazione esiste fra di essi e calcola quanto vale $\phi_1 + \phi_2$.

Una bobina formata da $N = 10$ anelli di raggio $r = 7,5 \text{ cm}$ è posta all'interno del solenoide, in modo che l'asse della bobina coincida con l'asse del solenoide.

3. Scrivi il flusso del campo magnetico attraverso la bobina in funzione del tempo.
4. Calcola la f.e.m. indotta nella bobina.
5. Calcola la densità di energia immagazzinata nel solenoide in un istante in cui è massimo il modulo della corrente che lo attraversa.
6. Supponendo che la bobina abbia una resistenza $R = 0,18 \Omega$, calcola l'energia dissipata al suo interno in un intervallo di tempo uguale al periodo T della corrente.

ELABORATO 17

Aspetti della propagazione delle onde elettromagnetiche: velocità, densità di energia, irradiazione, pressione di radiazione

La coda di una cometa è un effetto della pressione di radiazione esercitata dalla radiazione solare sulle particelle di polvere che si staccano dal corpo solido e che compongono la coda stessa.

- Determina in quale caso un granello di polvere che si stacca dalla cometa rimane nei pressi di questa e in quale caso il granello si allontana sempre più, spinto via dalla radiazione solare.

Considera granelli di un materiale con una densità media $\rho = 2,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. Il Sole ha una massa $M_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ e la potenza media che irradia è $W_S = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ W}$.

Guardando la Stella Polare intercettiamo la sua luce da una distanza di 431 anni-luce ed emessa con una potenza pari a 3300 volte quella del Sole, che vale $P_{\text{sole}} = 3,90 \cdot 10^{26} \text{ W}$. Trascurando l'assorbimento atmosferico, si calcolino i valori quadratici medi dei campi elettrico e magnetico dovuti alla sorgente nella posizione dell'osservatore.

ELABORATO 18

La costante di Planck, dalla nascita alla ricorrente presenza nelle leggi della fisica del 1900

Quesito 1

Considera la formula di Compton sulla differenza tra le lunghezze d'onda del fotone incidente e del fotone diffuso: $\lambda - \lambda_0 = \frac{h}{mc} (1 - \cos\varphi)$.

A Dimostra che, nell'effetto Compton, la differenza fra la frequenza f_0 del fotone incidente e quella del fotone dopo l'urto, indicata con f , è data dalla seguente formula:

$$f_0 - f = \nu_0 \Delta \frac{\sin^2 \varphi}{1 + \cos \varphi}$$

dove $\Delta = \frac{hf}{mc^2}$, mentre φ è l'angolo di diffusione.

Quesito 2

L'espressione dello spettro del corpo nero secondo la teoria di Planck è data da

$$I(f) = \frac{2\pi h}{c^2} f^3 \frac{1}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1}$$

Per determinare l'espressione della frequenza per cui si ha il valore massimo della distribuzione in funzione della temperatura si può derivare la distribuzione rispetto a f e porre la derivata uguale a zero.

Con il cambiamento di variabile $x = \frac{hf}{kT}$ si ottiene l'equazione

$$x = 3(1 - e^{-x})$$

A Risolvi approssimativamente l'equazione a meno di 0,1 e ricava quindi il valore $\frac{f_{\max}}{T}$ che esprime la legge di spostamento di Wien, secondo cui la frequenza f_{\max} per cui si ha il massimo dello spettro è direttamente proporzionale alla temperatura.

Disegna, in modo qualitativo, i grafici di $\Delta\lambda$ in funzione di θ con $\theta \in [0, \pi]$ e di $\Delta\lambda$ in funzione di $\cos \theta$ a partire dalla celebre formula di Compton che fornisce il legame fra la variazione della lunghezza d'onda $\Delta\lambda$ e l'angolo θ della radiazione diffusa.

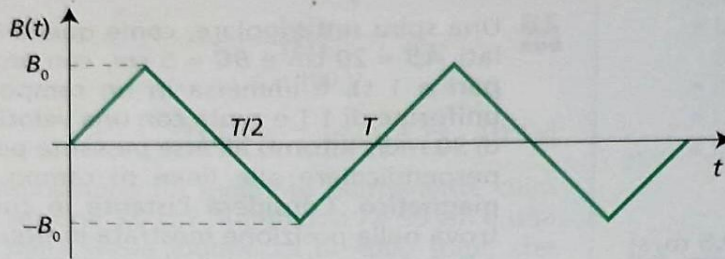
Calcola le aree racchiuse da tali grafici e spiega perché sono differenti.

$$\left[\frac{h\pi}{mc}, \frac{2h}{mc} \right]$$

ELABORATO 19

Autoinduzione

Con il tuo docente di Fisica stai preparando un'esperienza di laboratorio dedicata agli effetti dell'autoinduzione elettromagnetica. Prima colleghi una spira piana circolare di raggio $r = 24$ cm e resistenza $R = 35 \Omega$ a un oscilloscopio per rilevare l'intensità di corrente che la percorre, poi accendi un campo magnetico diretto perpendicolarmente alla spira, il cui modulo $B(t)$ varia periodicamente nel tempo secondo l'onda triangolare illustrata in figura.



Nel grafico il modulo del campo magnetico è $B_0 = 0,58 \mu\text{T}$ e $T = 28 \mu\text{s}$ è il periodo dell'onda.

1. Il docente ti chiede di ricavare dalla teoria il segnale di corrente registrato dall'oscilloscopio nell'ipotesi che gli effetti dell'autoinduzione siano trascurabili. Spiega come ricavare dalla teoria il segnale di corrente rilevato nell'oscilloscopio e disegna il grafico per almeno due periodi, indicando l'ampiezza del segnale.
2. Spiega, sempre nell'ipotesi di effetti di autoinduzione trascurabili, in quale verso scorre la corrente nella spira nell'arco di un singolo periodo.
3. Il docente ti suggerisce di considerare ora anche gli effetti dell'autoinduzione, nell'ipotesi che sia noto il valore del coefficiente di autoinduzione L della spira. Spiega che cosa si intende per "autoinduzione" della spira e, basandoti sull'equazione di maglia della spira che tenga conto anche del termine di autoinduzione

$$V(t) - L \frac{di}{dt} = R i(t)$$

discuti come si modificherà il segnale di corrente e disegna un grafico qualitativo per almeno due periodi.

4. Nell'ipotesi di effetti di autoinduzione non trascurabili, l'equazione di maglia della spira è:

$$-\pi r^2 \cdot \frac{dB(t)}{dt} - L \frac{di(t)}{dt} = R i(t)$$

Verifica che la sua soluzione nell'intervallo temporale tra $t = t_0 = T/4$ e $3T/4$ è la funzione $i(t)$:

$$i(t) = i_0 - 2 i_0 e^{-\frac{R}{L}(t-t_0)}$$

Inoltre, ponendo $L = 45$ nH, calcola il tempo caratteristico impiegato dalla corrente per raggiungere il valore di massima ampiezza.

ELABORATO 20

Indeterminazione, probabilità, logica dei tre valori, gatti contemporaneamente vivi e morti: stranezze della fisica dei quanti

3 PROBLEMA

Un punto materiale è vincolato a muoversi sul semiasse positivo delle x da $x = 0$ a $x = L$. In questo caso si parla di «particella in una scatola monodimensionale». Si dimostra che esistono infinite funzioni d'onda $\Psi_n(x)$ che descrivono il comportamento quantistico di questo sistema; esse hanno la forma

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad 0 \leq x \leq L. \quad [A]$$

Il parametro intero positivo n serve a distinguere tra loro le diverse soluzioni. Essendo un sistema monodimensionale, la probabilità infinitesima $dP_n(x)$ di trovare la particella in una zona di lunghezza infinitesima dx , centrata attorno all'ascissa x ($0 \leq x \leq L$) è

$$dP_n(x) = [\Psi_n(x)]^2 dx. \quad [B]$$

a. Verifica, sulla base della formula (A), che la probabilità di trovare la particella in un punto generico all'interno della «scatola» che si estende da $x = 0$ a $x = L$ è pari a 1. Interpreta fisicamente questo risultato e determina le dimensioni fisiche di n .

b. Senza calcolare ulteriori integrali, determina la probabilità che la particella si trovi nella parte di «scatola» compresa tra $x = 0$ e $x = L/n$.

c. Verifica che la funzione (A) è soluzione dell'equazione di Schrödinger indipendente dal tempo:

$$-\frac{\hbar^2}{8\pi^2 m} \frac{d^2 \Psi_n(x)}{dx^2} = E_n \Psi_n(x). \quad [C]$$

In questo modo puoi determinare il valore della quantità E_n .

d. Qual è il minimo valore di E_n che si può ottenere dall'equazione precedente? Come dipendono da n i valori di E_n successivi a quello minimo?

[1/n; $E_n = (1/8m) (n\hbar/L)^2$; (1/8m) (h/L)²]

ELABORATO 21

INDUZIONE ELETTROMAGNETICA. Una torcia senza pile.

Problema

Alcune torce funzionano senza batteria: sono costituite da una bobina fissa, collegata a un condensatore tramite un raddrizzatore. Il raddrizzatore lascia passare la corrente nel verso desiderato e inverte la corrente quando scorre in verso opposto.



Scuotendo la torcia un magnete mobile attraversa la bobina da una parte all'altra.

A Disegna:

- il campo magnetico del magnete;
- il verso della corrente nella bobina quando il magnete si sposta da destra a sinistra entrando nella bobina;
- il verso della corrente nella bobina quando il magnete si sposta da sinistra a destra uscendo dalla bobina;

B Spiega perché si forma una corrente che permette di caricare il condensatore e perché è necessaria la presenza del raddrizzatore.

Supponi che la bobina sia costituita da 100 spire di area 1 cm^2 , che il circuito abbia una resistenza di 15Ω e il condensatore una capacità di $220 \mu\text{F}$. Quando il magnete passa da un'estremità all'altra il campo magnetico medio attraverso la bobina varia da $B_{\min} = 0 \text{ T}$ a $B_{\max} = 1 \text{ mT}$, di nuovo a 0, poi a $-B_{\max}$ e infine a B_{\min} .

C Scrivi l'espressione della corrente media generata in un passaggio del magnete in funzione del tempo Δt impiegato dal magnete nel passaggio. Calcola la carica Q aggiunta al condensatore in un passaggio del magnete.

D Quante oscillazioni complete del magnete (due passaggi attraverso la bobina) sono necessarie per caricare il condensatore a 3V?

E È importante che il moto del magnete sia rapido? Perché?

Il campo magnetico medio all'interno della bobina mentre il magnete entra muovendosi da destra a sinistra può essere descritto approssimativamente dalla funzione

$$B(t) = B_0 e^{-a(t-t_0)^2}$$

con $B = 0,05 \text{ T}$, $a = 2 \text{ s}^{-2}$, $t_0 = 3 \text{ s}$

F CON LE DERIVATE A che istante la corrente indotta è massima?