

1) Modelli atomici ed applicazione del modello di Bohr all'atomo di idrogeno

- Spettro dell'idrogeno naturale

AVVERTENZA: In questo problema si tenga presente che i dati numerici che vengono forniti con almeno 5 cifre significative vanno considerati con un'incertezza relativa di 10^{-5} .

L'osservazione delle righe dello spettro dell'idrogeno che cadono nel visibile e la misura delle relative lunghezze d'onda hanno avuto un posto centrale nello sviluppo dei modelli per la struttura atomica. In questo problema ci occuperemo della riga rossa, la cosiddetta riga H α , la cui lunghezza d'onda, misurata in aria, vale $\lambda_a = 656.28$ nm.

1. Calcolare la lunghezza d'onda λ_0 della stessa riga nel vuoto, usando per l'indice di rifrazione dell'aria il valore $n_a = 1.00027$.

Secondo il modello di Bohr, elaborato nel 1913, i livelli energetici permessi per l'atomo di idrogeno sono dati dalla relazione

$$E_n = -\frac{1}{8n^2} K(\epsilon_0, e, m_e, h) \quad \text{con } n \in \mathbb{N}^+$$

dove $K(\epsilon_0, e, m_e, h)$ è un'espressione, scritta in termini delle grandezze fisiche indicate (ϵ_0 costante dielettrica del vuoto, e carica dell'elettrone, m_e massa dell'elettrone e h costante di Planck), con fattore numerico pari a 1.

2. Utilizzando l'analisi dimensionale, determinare l'espressione di K in funzione delle grandezze fisiche indicate.

Il modello di Bohr prevede per K il valore 1.7439×10^{-17} J.

3. Sapendo che la riga H α viene emessa nella transizione dal livello $n_i = 3$ al livello $n_f = 2$, calcolare il valore previsto dal modello di Bohr per la lunghezza d'onda di questa riga nel vuoto (λ_{th}) e la differenza percentuale tra questo valore e quello, λ_0 , trovato al punto 1.

L'espressione dei livelli energetici data sopra si ricava studiando il moto dell'elettrone nel riferimento del nucleo; considerato che questo è un riferimento solo approssimativamente inerziale, un accordo migliore con i dati sperimentali si ottiene scegliendo il riferimento del centro di massa del sistema nucleo-elettrone e arrivando alla stessa espressione di K nella quale però la massa dell'elettrone è sostituita dalla cosiddetta "massa ridotta" $\mu = m_e m_N / (m_e + m_N)$, dove m_N è la massa del nucleo.

4. Verificare questa affermazione ricalcolando, con questo accorgimento, il valore previsto dalla formula di Bohr per la lunghezza d'onda della riga H α nel vuoto (λ_H) e determinando anche in questo caso la differenza percentuale rispetto al valore λ_0 .

2) Equazioni di Maxwell

CON LE DERIVATE Una spira conduttrice circolare di raggio $r = 12,8$ cm è posta in un piano perpendicolare alle linee di un campo magnetico \vec{B} uniforme sulla spira, ma con un modulo che aumenta nel tempo secondo la legge $B(t) = kt^\alpha$, con $1,0 \text{ s} \leq t \leq 10 \text{ s}$ e $\alpha > 0$. La spira è realizzata con un filo di rame ($1,7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$) che ha un diametro $d = 0,26$ mm.

- Determina la funzione che fornisce il modulo, in funzione del tempo, della forza elettromotrice indotta nella spira. In particolare determina quale deve essere il valore dell'esponente α che porta ad avere una forza elettromotrice costante (cioè che non dipende dal tempo). Nel calcolo utilizza solo parametri simbolici e non valori numerici.
- Calcola quale valore di k permette di ottenere, per il particolare valore di α indicato in precedenza, un modulo della forza elettromotrice indotta pari a $f_{em,1} = 0,378$ mV. Verifica esplicitamente che l'unità di misura determinata per k equivale a T/s. Determina anche il valore dell'intensità della corrente indotta presente nella spira nella situazione che stai esaminando.
- La spira è posta su una delle linee del campo elettrico indotto \vec{E} generato dal campo magnetico variabile. Determina il modulo $E(t)$ di tale campo elettrico in funzione di t per un valore generico del parametro α . Stabilisci per quale valore di α il modulo ottenuto diminuisce nel tempo con proporzionalità inversa a \sqrt{t} .
- Con il nuovo valore di α , determina quanto deve valere k per fare in modo che, all'istante $t = 4,00$ s il modulo del campo elettrico indotto valga $E_1 = 4,70 \times 10^{-4}$ V/m.

3) Circuito in corrente alternata e trasformatore

L'impianto Hi-Fi

Un sistema audio Hi-Fi (*High Fidelity*) domestico di buona qualità è costituito da un lettore CD collegato a un cosiddetto amplificatore valvolare. Questo è a sua volta collegato a due casse acustiche, dette anche diffusori, per l'ascolto in stereofonia. L'amplificatore ha due uscite indipendenti: una per la cassa destra e l'altra per quella di sinistra. Ogni cavo amplificatore-cassa è composto da una coppia di conduttori. Le casse non sono alimentate elettricamente: l'energia necessaria per far oscillare le membrane a cono e riprodurre così il suono registrato sul CD, è fornita dall'amplificatore che ha lo scopo di aumentare la potenza del segnale elettrico che riceve in input per riuscire a diffondere il suono a un volume adeguato all'ambiente di ascolto. Di seguito sono riportate alcune specifiche tecniche di un amplificatore valvolare.

Specifiche tecniche:

Potenza: $50 \text{ W} \times 2$ (8Ω)

THD: 0,3%

Impedenza in uscita: 4Ω , 8Ω

Impedenza in ingresso: $10 \text{ k}\Omega$

Risposta in frequenza: 10 Hz - 70 kHz (-1 dB)

SNR: 90 dB

Assorbimento: 300 W



Il sistema Hi-Fi è complesso da analizzare e sono molti gli aspetti da approfondire, soprattutto per capire quanto il segnale sonoro registrato sul CD venga riprodotto ad alta fedeltà, così che l'ascoltatore percepisca un suono il più possibile simile a quello registrato sul CD. È sufficiente sapere che ogni componente influenza il suono in uscita, anche il tipo di cavi di collegamento, e che lungo il suo percorso può solo peggiorare. I 50 W indicati nelle specifiche sono stati ottenuti inviando in ingresso un segnale armonico di frequenza 1 kHz e misurando la potenza dissipata su una resistenza da 8Ω , come riportato. Questo valore va letto insieme al THD (*Total harmonic distortion*), un indice di quanto l'amplificatore abbia contaminato il suono con altre armoniche (2 kHz , 3 kHz , ...). Più tale valore è vicino a zero, più l'output è "fedele" all'input.

1. Schematizza l'amplificatore come un generatore di tensione alternata la cui resistenza interna non è trascurabile e dimostra che si ottiene il massimo di trasferimento di potenza su di una resistenza esterna, detta anche resistenza di carico, quando essa assume lo stesso valore della resistenza interna del generatore. In base a tale risultato discuti le specifiche tecniche della potenza e dell'impedenza in uscita.
2. Negli amplificatori valvolari i valori tipici dell'impedenza del circuito interno sono dell'ordine dei $10 \text{ k}\Omega$ e le uscite, nel nostro caso, sono per casse acustiche da 4Ω oppure 8Ω . Per "adattare" le impedenze viene usato un trasformatore. Nell'ipotesi di circuiti ohmici, analizza in quale senso un trasformatore ideale può trasformare una resistenza di carico R in una resistenza $R_1 = R (N_1/N_2)^2$ e calcola il rapporto di trasformazione per il nostro amplificatore per diffusori a 4Ω .
3. Un altro parametro importante che caratterizza la qualità dell'amplificatore è il rapporto segnale-rumore indicato nelle specifiche con SNR (*Signal to noise ratio*). Nel nostro caso è riportato il valore 90 dB . È calcolato in modo simile a quanto si fa per il livello sonoro, sostituendo il rapporto tra le intensità con il rapporto tra la potenza del segnale in uscita e quella del rumore. Quanto è migliore il nostro segnale rispetto a un amplificatore avente $\text{SNR}_1 = 85 \text{ dB}$?

4) Equazioni di Maxwell

All'interno di un condensatore piano con armature circolari di raggio 95 cm è presente un sottilissimo filo conduttore rettilineo che collega i centri delle due armature. Al condensatore viene applicata una tensione che cresce di 0,2 V/s. La capacità del condensatore è 25 nF mentre la resistenza del filo è 31 Ω .

- a. Dopo quanto tempo la corrente che attraversa il filo diventa uguale alla corrente di spostamento che attraversa il condensatore?
In un certo istante, il filo viene tolto, mentre la tensione continua a crescere di 0,2 V/s.
- b. All'interno del condensatore esiste un campo magnetico. Spiega perché.
- c. Disegna le linee di forza di tale campo magnetico.
- d. Determina l'intensità di tale campo magnetico in funzione della distanza r dall'asse delle armature.
- e. L'intensità del campo magnetico varia nel tempo? E se la tensione variasse con la seguente legge: $\mathcal{E} = (0,2 \text{ V/s}^2) t^2$?

5) Moto di cariche in campi elettrici e magnetici

Col metodo del carbonio-14 ($m_{14} = 2,3253 \cdot 10^{-26}$ kg) si sono datate mummie egizie, resti in tombe dell'antica Grecia e reperti organici di vario tipo (ossa, legno, tessuti...).

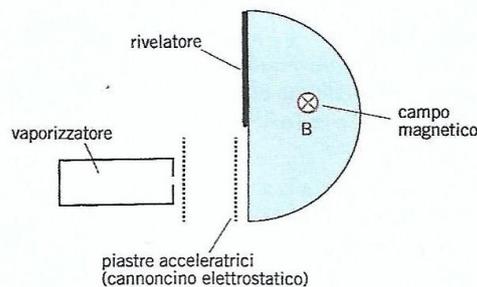
Il ^{14}C è un isotopo radioattivo del carbonio; l'isotopo più comune, e non radioattivo, è il ^{12}C ($m_{12} = 1,992647 \cdot 10^{-26}$ kg). Nonostante l'attività di decadimento, la quantità di ^{14}C presente nell'atmosfera rimane costante perché esso è prodotto continuamente dai raggi cosmici; rimane quindi costante anche il rapporto tra ^{14}C e ^{12}C , nell'aria e negli esseri viventi che interagiscono con l'atmosfera. Quando un organismo muore e cessano le sue funzioni biologiche il ^{14}C decade senza essere rigenerato, dimezzandosi ogni 5730 anni, mentre il ^{12}C rimane costante. Il rapporto tra ^{14}C e ^{12}C presente in una sostanza organica permette, quindi, datarla.

In un laboratorio si utilizza uno **spettrometro magnetico** con lo scopo di misurare il rapporto tra gli atomi di ^{12}C e ^{14}C presenti in un campione di interesse storico al fine di fornirne la datazione.

Il campione viene vaporizzato cosicché gli atomi di carbonio sono in forma gassosa. Dopo averli fatti passare attraverso uno ionizzatore, che sottrae in media un elettrone a ogni atomo, gli ioni vengono accelerati con un *cannoncino elettrostatico* formato dalle piastre di un condensatore, forate per permetterne l'ingresso e l'uscita.

Le piastre sono caricate in modo che tra di esse sia presente una differenza di potenziale ΔV .

Gli ioni, una volta accelerati, sono introdotti in una regione in cui è presente un campo magnetico uniforme verticale (vedi la figura sotto). Se si trascura l'effetto della forza di gravità e del campo magnetico terrestre, il campo magnetico del dispositivo devierà le particelle cariche lungo una traiettoria circolare sul piano orizzontale (assumi che il dispositivo sia sotto vuoto).



Supponi che gli ioni entrino nel cannoncino acceleratore con velocità iniziale trascurabile.

A Spiega che forze agiscono sugli ioni nei diversi tratti che questi percorrono e che effetti hanno sul loro moto. Indica la direzione del campo elettrico nel cannoncino e la polarità della differenza di potenziale applicata alle piastre.

B Se ioni di massa m e carica q escono dal cannoncino elettrostatico con velocità v , da quali parametri dipende l'energia cinetica acquisita nella fase di accelerazione? Scrivine l'espressione. Da questa deriva un'espressione per v in funzione di m , q e ΔV .

C Una volta che gli ioni sono entrati nella regione di spazio in cui è presente il campo magnetico, come dipende il raggio della loro traiettoria dalla massa?

Per motivi di sicurezza si vuole utilizzare una differenza di potenziale non troppo elevata e si decide di impostarla al valore di $\Delta V = 1000$ V.

D Supponi ora di avere a disposizione un apparato con un campo magnetico di 0,020 T; gli atomi di ^{12}C e ^{14}C colpiscono il rivelatore a una distanza sufficiente? (se non sono almeno ad una distanza di qualche millimetro al termine del loro percorso avremo qualche difficoltà a contarli separatamente)

E Scrivi una relazione che leghi l'età y di un reperto al rapporto r tra le concentrazioni di ^{14}C e ^{12}C . Indica con r_0 il rapporto che si ha negli esseri viventi. Rappresenta la relazione ottenuta in un grafico qualitativo.

6) Effetto fotoelettrico

Un tuo compagno di classe ha partecipato a uno stage all'università, ha assistito a un esperimento sull'effetto fotoelettrico, ma ora non riesce più a ricostruire il loro significato in modo da scrivere la relazione sull'attività svolta. Così ti ha chiesto di aiutarlo ad analizzare i suoi dati, che sono i seguenti: gli elettroni sono emessi da una lastrina di calcio, che ha un lavoro di estrazione $W_e = 2,90$ eV; l'area della lastrina è $A = 3,80$ cm²; la sorgente luminosa monocromatica genera sulla lastrina un irradiazione $E_R = 140$ W/m²; il potenziale di arresto per gli elettroni emessi è $\Delta V_a = 1,11$ V; la corrente di saturazione misurata ha intensità $i_s = 53,1$ nA.

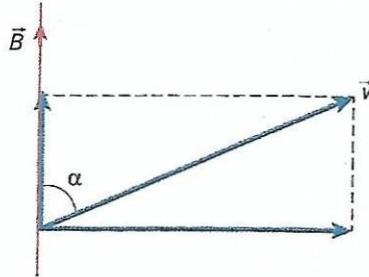
Lo scopo finale dell'esperimento è quello di misurare il rendimento del sistema nell'emissione di elettroni, cioè il rapporto η tra il numero di elettroni emessi e il numero dei fotoni che giungono sulla piastrina. Per giungere a questo, occorrono alcuni calcoli preliminari.

- a. Il valore del potenziale di arresto ti sembra ragionevole, confrontato con quello del lavoro di estrazione? In caso di risposta affermativa, determina l'energia cinetica massima degli elettroni emessi e quindi l'energia E_γ dei fotoni che giungono sulla lastrina.
- b. Individua frequenza e lunghezza d'onda dei fotoni della sorgente monocromatica; in quale parte dello spettro elettromagnetico si situano tali fotoni?
- c. Calcola il numero N_γ di fotoni che giungono sulla lastrina nell'unità di tempo (un secondo).
- d. Calcola il numero N_e di elettroni che sono emessi dalla lastrina di calcio in un secondo e quindi il valore di η .

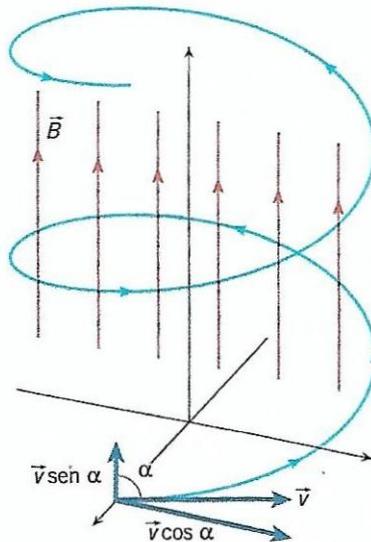
7) Moto di cariche in campi elettrici e magnetici

La Terra è sottoposta a un flusso di particelle cariche, principalmente elettroni e protoni provenienti dal Sole. Il campo magnetico terrestre contribuisce a schermare la superficie del nostro pianeta dall'impatto diretto di queste particelle, forzandole a muoversi in traiettorie, dette traiettorie di Störmer, lungo le quali perdono energia, e quindi pericolosità, per urto con le molecole dell'atmosfera.

- a. Un elettrone di massa m e carica e entra nel campo magnetico terrestre con una velocità \vec{v} che forma un angolo α con la direzione di \vec{B} . Scomponi \vec{v} in direzione parallela e perpendicolare a \vec{B} (come in figura). Spiega quale delle due componenti è responsabile della forza di Lorentz sulla particella.



- b. Descrivi in termini qualitativi il moto dell'elettrone, spiegando perché percorre una traiettoria a elica come quella mostrata in figura.



- c. Dimostra che l'elettrone si muove con velocità costante $\vec{v} \cdot \cos \alpha$ lungo \vec{B} mentre ruota attorno alle linee di forza di \vec{B} con periodo $T = \frac{2\pi m}{eB}$
- d. Calcola la lunghezza del passo p della traiettoria a elica dell'elettrone.
- e. Le particelle cariche provenienti dall'esterno vengono convogliate lungo le linee di forza del campo magnetico terrestre. L'interazione di queste particelle con le molecole di gas presenti nell'alta atmosfera danno luogo alle aurore boreali. Spiega perché questi fenomeni si presentano ai poli.

8) Circuiti RL

Nel circuito in Figura 4.4A un generatore di tensione continua di 4 V è collegato a un resistore in serie a un induttore. La resistenza è $R = 25 \Omega$ e l'induttanza L è di 1,5H.

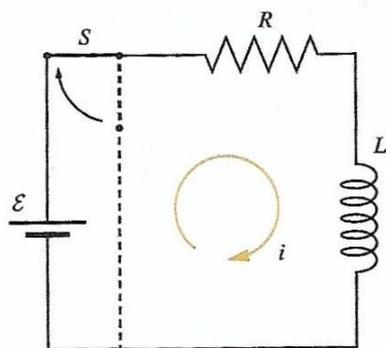


Figura 4.4A

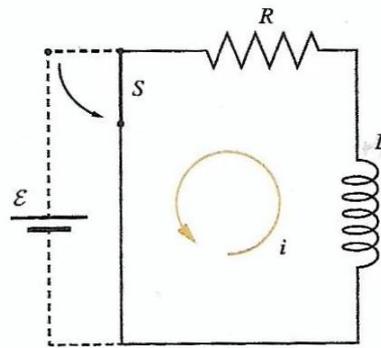


Figura 4.4B

All'istante $t = 0$ s si chiude l'interruttore S e circola la corrente che non raggiunge istantaneamente il massimo valore erogato i_{reg} , detto corrente a regime, poiché il solenoide genera una f.e.m. indotta e una corrente indotta tale da far diminuire la corrente erogata dal generatore.

- Determina la corrente $i(t)$ che circola nel circuito all'istante in cui raggiunge circa il 95% della corrente a regime i_{reg} .
Nell'istante di tempo $t = 4R/L$, l'interruttore del circuito viene aperto in modo da escludere il generatore, ma la corrente non diminuisce istantaneamente a 0 A (vedi Figura 4.4B).
- Ricava la legge della corrente in funzione del tempo $i(t)$ e calcola l'istante in cui è circa il 5% del valore a regime.
- Costruisci un unico grafico della corrente istantanea $i(t)$ durante la chiusura e l'apertura dell'interruttore.

9) Meccanica ondulatoria

L'esperimento più bello della fisica

Nel maggio 2002 la rivista *Physics World* promosse tra i propri lettori il sondaggio *What is the most beautiful experiment in physics?* Dopo qualche mese venne pubblicata la classifica degli esperimenti di fisica ritenuti più "belli" in base alle votazioni ricevute, e al primo posto comparve l'esperimento della doppia fenditura di Young applicata all'interferenza di elettroni singoli.

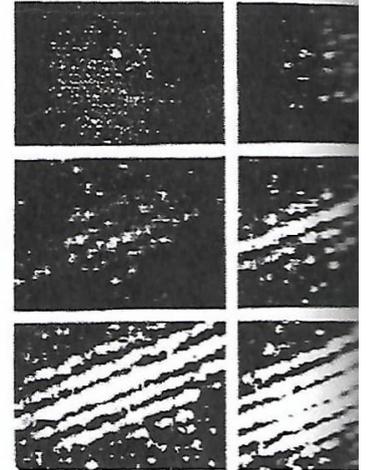
Il primo vero esperimento di questo tipo fu effettuato da un gruppo di ricercatori di Bologna nel 1974 e i risultati ottenuti furono pubblicati due anni dopo in un articolo scientifico¹.

Il gruppo di Bologna effettuò l'esperimento utilizzando un microscopio elettronico opportunamente adattato: la sorgente di elettroni fu modificata in modo da poter emettere anche un solo elettrone alla volta e lungo il cammino degli elettroni venne inserito un filamento che, sottoposto a tensione, fungeva da doppia fenditura. Il segnale veniva riportato su uno schermo oppure raccolto su lastre fotografiche.

1. Le immagini sperimentali a fianco evidenziano il comportamento duale degli elettroni; commentale, tenendo presente che sono state acquisite in istanti di tempo successivi, la prima è quella in alto a sinistra, la seconda quella in alto a destra e così via fino all'ultima in basso a destra.

Durante l'esperimento venne variata la tensione sul filamento. Ciò produceva lo stesso effetto che si sarebbe ottenuto modificando la distanza tra le fenditure nell'esperimento di Young: aumentare la tensione equivaleva a distanziare maggiormente le fenditure, mentre diminuirla equivaleva ad avvicinarle.

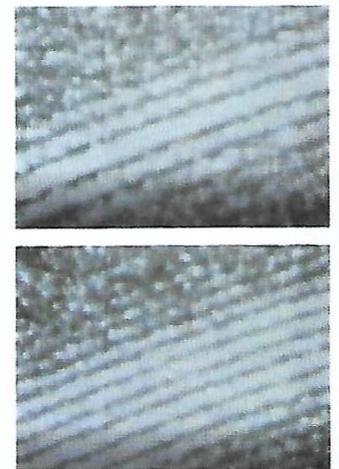
¹ P. Merli, G. Missiroli, G. Pozzi, *On the statistical aspect of electron interference phenomena*, American Journal of Physics, 44 (1976)



2. Osserva le figure a fianco: in quale caso la tensione applicata è maggiore? Giustifica la tua risposta.
3. Spiega in quali termini l'esperimento del gruppo di Bologna mette in luce la dualità onda-corpuscolo dell'elettrone. Qual è la lunghezza d'onda di de Broglie associata a un elettrone accelerato da un campo elettrico uniforme di intensità $1,2 \cdot 10^4$ N/C per un tratto lungo 60 cm?

Il fisico statunitense Richard P. Feynman, premio Nobel per la fisica nel 1965, scrisse, nelle sue *Feynman Lectures on Physics*, che il fenomeno della diffrazione degli elettroni "...è impossibile, assolutamente impossibile, da spiegare in forma classica, e contiene in sé il cuore della meccanica quantistica. In effetti, questo fenomeno contiene l'unico mistero. Non possiamo risolverlo spiegando come funziona. Ci limiteremo a descrivere come avviene; e nel far questo avremo descritto le principali caratteristiche della meccanica quantistica."

4. Discuti l'affermazione di Feynman, confrontando il fenomeno di diffrazione per gli elettroni con quello per le onde classiche.



10) Dinamica relativistica

L'acceleratore di particelle LINAC2

Hai frequentato uno stage presso un laboratorio dell'INFN (Istituto Nazionale di Fisica Nucleare) e devi preparare una relazione sul lavoro svolto da presentare l'ultimo giorno di permanenza. Il tuo tutor ti ha indicato la traccia da seguire: nell'introduzione devi, in primo luogo, spiegare come si esprimono i valori di massa in elettronvolt.

1. Descrivi il significato fisico della massa espressa in elettronvolt (eV) e verifica che la massa del protone è $m_p = 938 \text{ MeV}$, sapendo che $m_p = 1,007276 \text{ u}$, con $u = 1,660 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Gli acceleratori vengono spesso identificati con la loro energia espressa in elettronvolt. Le particelle vengono accelerate e aumenta, così, la loro energia cinetica. Nella tua relazione devi discutere la differenza tra energia cinetica classica e relativistica.

2. Scrivi le due espressioni per l'energia cinetica, classica e relativistica, evidenziando le differenze tra le due dal punto di vista fisico.
3. Ricava, sia nel caso classico sia in quello relativistico, l'espressione della velocità al quadrato di una particella, $v^2(K)$, in funzione della sua energia cinetica K . Rappresenta le due funzioni su un grafico cartesiano ed esamina quanto ottenuto.

Nella tua relazione devi spiegare come effettuare il calcolo della velocità di una particella all'interno di un acceleratore.

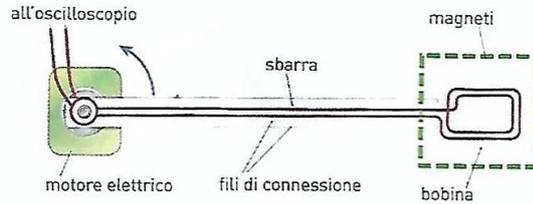
4. Mostra che la velocità massima di una particella di massa a riposo m_0 (espressa in eV/c^2) all'interno di un acceleratore di energia E_A (espressa in elettronvolt) è data dalla relazione

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{E_A}{m_0 c^2} + 1 \right)^{-2}}$$

e calcola la velocità massima e la variazione della massa di un protone all'uscita dell'acceleratore LINAC2 da 50,0 MeV, che si trova presso il CERN di Ginevra.

11) Induzione elettromagnetica

Il tecnico di laboratorio della tua scuola ti chiede di valutare la fattibilità di un progetto per costruire un magnetometro che sfrutta la legge di Faraday-Neumann. La scuola ha a disposizione un motore elettrico in corrente continua che fa girare, in un piano orizzontale, una sbarra di metallo. Al termine della sbarra si può saldare una bobina formata da spire di forma rettangolare, ciascuna con il lato parallelo alla sbarra di lunghezza $L = 8,0$ cm e l'altro lungo $l = 5,0$ cm. La sbarra è lunga $R = 86$ cm e il suo periodo di rotazione vale $T = 3,2$ s.

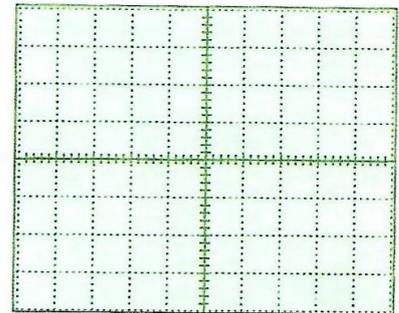


La bobina deve passare tra i poli orizzontali di due magneti affacciati, in modo da misurare il valore del campo magnetico presente tra di essi. I poli magnetici sono quadrati e hanno il lato di 20 cm; quando la bobina è al centro dello spazio tra i magneti, i lati del contorno della bobina sono paralleli ai corrispondenti spigoli dei magneti. Il campo magnetico \vec{B} che essi generano si può considerare uniforme e, secondo il tecnico, è compreso tra 3×10^{-3} T e 8×10^{-3} T.

La bobina è collegata a un oscilloscopio digitale mediante due fili che prima corrono lungo la sbarra e poi escono verso l'oscilloscopio (FIGURA). L'oscilloscopio rileva direttamente la forza elettromotrice indotta nella bobina dalle variazioni di campo magnetico.

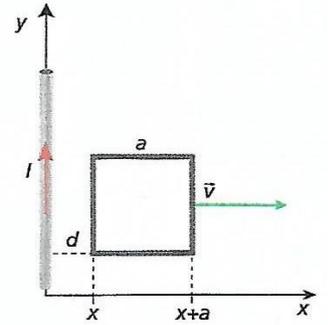
- Giustifica il fatto che, all'interno del campo magnetico, il moto della bobina si può considerare rettilineo uniforme.
- Dai una stima del tempo necessario perché la bobina passi dalla zona in cui il campo magnetico è trascurabile e quella dove è presente il campo \vec{B} da misurare.
- Determina qualitativamente quale segnale viene mostrato sull'oscilloscopio nelle tre fasi in cui: 1) la bobina entra nel campo \vec{B} ; 2) la bobina si muove nel campo; 3) la bobina esce dal campo magnetico. Disegna nella maniera più semplice e idealizzata la forma del grafico che si può vedere sull'oscilloscopio dopo il completamento di queste tre fasi.
- L'oscilloscopio riporta una griglia cartesiana con la forza elettromotrice indotta in ordinate e il tempo in ascisse. Come mostra la figura, la griglia ha 8 divisioni verticali, ciascuna delle quali contiene a sua volta 5 sottodivisioni. L'oscilloscopio può essere settato in modo che ciascuna delle divisioni grandi corrisponda a 0,10 V.

Calcola qual è il numero N di spire che deve avere la bobina perché il segnale che corrisponde al massimo valore ipotizzato di \vec{B} sia compreso tra la terza e la quarta delle divisioni grandi del display (prendendo come base di partenza la retta corrispondente all'asse delle ascisse).



12) Legge di Faraday-Neumann-Lenz

Una spira conduttrice quadrata di lato a pari a 3,0 m è posizionata all'istante $t=0$ come mostrato in figura, a distanza d pari a 1,0 m da un filo rettilineo infinitamente lungo percorso da corrente di intensità I costante di 6,5 A.



1. Spinta da una forza diretta come l'asse delle x , la spira, che ha resistenza R pari a $0,10 \Omega$, si allontana dal filo a velocità di modulo costante v pari a $4,0 \text{ m/s}$ limitandosi a traslare senza ruotare. Trascura gli attriti e gli effetti della gravità e dell'autoinduzione della spira.
 - Ricordando la legge di Lenz, determina il verso della corrente indotta nella spira, giustificando la risposta.
 - Determina l'espressione dell'intensità della corrente indotta nella spira in funzione del tempo e del modulo della velocità della spira.
 - Determina l'espressione in funzione del tempo del modulo della forza necessaria a mantenere in moto uniforme la spira. Calcola inoltre il suo valore numerico per $t = 0,020 \text{ s}$.
2. Supponi ora di invertire il verso della corrente i nel filo. Come cambiano la corrente indotta nella spira e la forza applicata per mantenerla a velocità costante, mentre si allontana con la stessa velocità v ?
3. Supponi infine che si voglia far sì che la spira si muova parallelamente all'asse y , sempre a velocità costante. Che cosa puoi dire a proposito della forza da applicare alla spira per farla muovere in questa direzione sempre a velocità costante?

13) Relatività ristretta

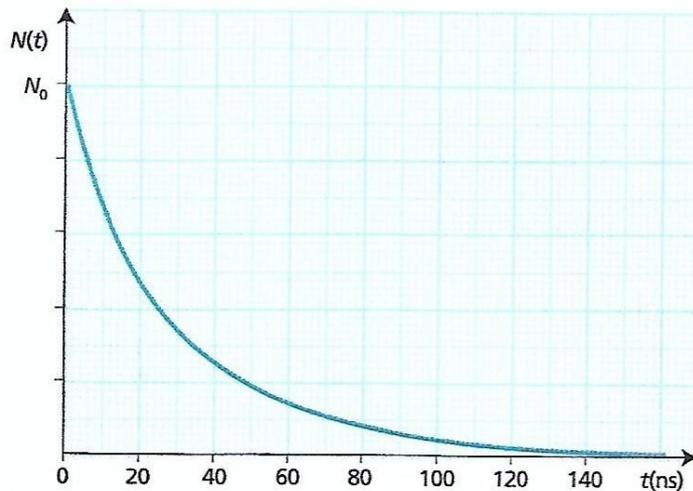
L'esistenza dei pioni (o mesoni π , identificati con la lettera π) era stata prevista teoricamente da Yukawa nel 1935, come mediatori dell'interazione nucleare forte, ma solo alcuni anni più tardi queste particelle elementari furono identificate sperimentalmente: dapprima, nel 1947, i pioni carichi π^+ e π^- , poi, nel 1950, i pioni neutri π^0 . Proprio il pione π^0 è stato utilizzato come "sorgente di luce in moto" per verificare il secondo postulato della relatività ristretta. All'interno di un sincrotrone venivano prodotti pioni neutri alla velocità di $0,99975 c$ rispetto al sistema del laboratorio. Queste particelle decadevano quasi istantaneamente in due onde elettromagnetiche ad altissima frequenza.

1. Illustra le previsioni classiche e quelle relativistiche circa la misura della velocità delle onde elettromagnetiche dell'esperimento.

Anche i pioni carichi possono essere prodotti in un acceleratore, lanciando dei protoni ad alta energia contro un opportuno bersaglio. Queste particelle sono più facili da rilevare e sono molto più stabili di quelle neutre: prodotte ad alta velocità riescono a viaggiare per decine di metri, prima di decadere.

Il fenomeno del decadimento, tipico dei fenomeni radioattivi, è, per la singola particella o atomo, un evento del tutto casuale: non c'è modo di prevedere quando esso avvenga e, fino a ora, nessun esperimento ha mai evidenziato il contrario. Se però analizziamo un campione statistico, cioè un numero di particelle abbastanza elevato, detto N_0 il loro numero all'istante iniziale $t_0 = 0$, dopo un tempo t il loro numero sarà diminuito secondo la legge esponenziale $N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$, dove la grandezza τ è il cosiddetto "tempo di vita media".

Studi sul decadimento del pione carico in quiete danno il seguente grafico.



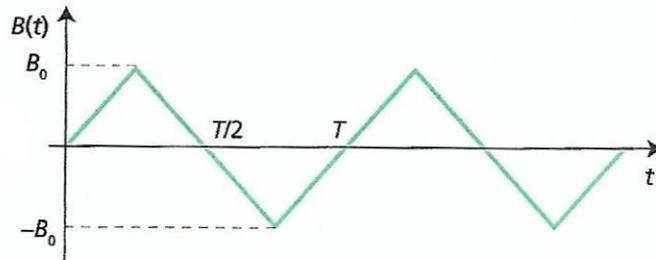
2. Ricava dal grafico il tempo di dimezzamento $t_{1/2}$ del pione carico, corrispondente all'istante di tempo in cui il campione iniziale si è dimezzato, e calcola il suo tempo di vita media τ , descrivendone il significato fisico.

In un sincrotrone i protoni accelerati e sparati su di un apposito bersaglio permettono di ottenere un fascio collimato di pioni carichi, in uscita dal bersaglio alla velocità di $0,996 c$ misurata rispetto al laboratorio. Sul rivelatore, posto a 34 m di distanza dal bersaglio, si trova che l'intensità del fascio di pioni si è ridotta del 32%.

3. Evidenzia come i dati sperimentali non siano spiegabili con la cinematica classica.
4. Spiega come poter utilizzare il grafico precedente e i valori ottenuti al punto 1 per analizzare i dati sperimentali. I risultati ottenuti dall'esperimento sono compatibili con il sistema di riferimento del laboratorio?

14) Autoinduzione

Con il tuo docente di Fisica stai preparando un'esperienza di laboratorio dedicata agli effetti dell'autoinduzione elettromagnetica. Prima colleghi una spira piana circolare di raggio $r = 24$ cm e resistenza $R = 35 \Omega$ a un oscilloscopio per rilevare l'intensità di corrente che la percorre, poi accendi un campo magnetico diretto perpendicolarmente alla spira, il cui modulo $B(t)$ varia periodicamente nel tempo secondo l'onda triangolare illustrata in figura.



Nel grafico il modulo del campo magnetico è $B_0 = 0,58 \mu\text{T}$ e $T = 28 \mu\text{s}$ è il periodo dell'onda.

1. Il docente ti chiede di ricavare dalla teoria il segnale di corrente registrato dall'oscilloscopio nell'ipotesi che gli effetti dell'autoinduzione siano trascurabili. Spiega come ricavare dalla teoria il segnale di corrente rilevato nell'oscilloscopio e disegna il grafico per almeno due periodi, indicando l'ampiezza del segnale.
2. Spiega, sempre nell'ipotesi di effetti di autoinduzione trascurabili, in quale verso scorre la corrente nella spira nell'arco di un singolo periodo.
3. Il docente ti suggerisce di considerare ora anche gli effetti dell'autoinduzione, nell'ipotesi che sia noto il valore del coefficiente di autoinduzione L della spira. Spiega che cosa si intende per "autoinduzione" della spira e, basandoti sull'equazione di maglia della spira che tenga conto anche del termine di autoinduzione

$$V(t) - L \frac{di}{dt} = R i(t)$$

discuti come si modificherà il segnale di corrente e disegna un grafico qualitativo per almeno due periodi.

4. Nell'ipotesi di effetti di autoinduzione non trascurabili, l'equazione di maglia della spira è:

$$-\pi r^2 \cdot \frac{dB(t)}{dt} - L \frac{di(t)}{dt} = R i(t)$$

Verifica che la sua soluzione nell'intervallo temporale tra $t = t_0 = T/4$ e $3T/4$ è la funzione $i(t)$:

$$i(t) = i_0 - 2 i_0 e^{-\frac{R}{L}(t-t_0)}$$

Inoltre, ponendo $L = 45$ nH, calcola il tempo caratteristico impiegato dalla corrente per raggiungere il valore di massima ampiezza.

15) Onde elettromagnetiche

Il DPCM (Decreto del Presidente del Consiglio dei Ministri) del giorno 8 luglio 2003 indica i *valori di attenzione* per i campi elettromagnetici, che non devono essere superati negli ambienti abitativi, scolastici e nei luoghi adibiti a permanenze prolungate.

Per frequenze f tali che $100 \text{ kHz} < f \leq 300 \text{ GHz}$ il limite non superabile per il *valore efficace* del campo elettrico di un'onda elettromagnetica è di 6 V/m (nei calcoli, considera questo valore come $6,0 \text{ V/m}$).

Una associazione cittadina che si occupa di inquinamento elettromagnetico ti chiede di spiegare il significato di questo dato in una riunione pubblica. Così, per preparare la documentazione che ti serve, decidi di fare alcune stime preliminari.

- a. La **tabella** riporta alcune proprietà fisiche dell'aria secca. Da essa estrai i dati numerici che ti servono per mostrare che per le onde elettromagnetiche possono essere utilizzate, anche all'interno dell'atmosfera terrestre, le stesse formule che valgono nel vuoto. Individua poi qual è l'ambito di variabilità delle lunghezze d'onda delle radiazioni a cui si riferisce il DPCM citato nel testo precedente; infine stabilisci a quali regioni dello spettro elettromagnetico esse appartengono.

PROPRIETÀ FISICHE DELL'ARIA SECCA [273 K, $1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$]	
Calore specifico a pressione costante	$1,00 \times 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$
Coefficiente di conducibilità termica	$0,02 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$
Costante dielettrica relativa	1,00054
Densità	$1,29 \text{ kg}/\text{m}^3$
Permeabilità magnetica relativa	1,00000036
Velocità del suono	332 m/s
Viscosità	$1,71 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$

- b. Partendo dalle tue conoscenze in altri ambiti della fisica, proponi un significato ragionevole del termine «*valore efficace* del campo elettrico» e, partendo da esso, calcola quanto valgono le ampiezze del campo elettrico e del campo magnetico presenti in un'onda elettromagnetica che raggiunge il valore di attenzione.
- c. Calcola l'irradiazione dell'onda elettromagnetica che corrisponde al valore di attenzione e confrontalo (nell'ordine di grandezza) con l'irradiazione solare al suolo, a cui puoi attribuire un valore di $600 \text{ W}/\text{m}^2$. Calcola anche qual è la pressione di radiazione esercitata dall'onda elettromagnetica limite che stai studiando quando essa viene completamente assorbita dal terreno.
- d. Considera un'antenna posta su un traliccio a 22 m di altezza. Al suolo sotto l'antenna si misura un valore di campo elettrico pari a quello di attenzione. Determina la potenza irradiata dall'antenna e calcola i valori dell'irradiazione e dell'ampiezza del campo elettrico sul balcone di una casa vicina, che dista 16 m dall'antenna.

16) Dilatazione dei tempi e contrazione delle lunghezze nella relatività ristretta

Un'astronave si sta allontanando dalla Terra alla velocità $v = 0,2c$. A causa di un guasto all'antenna, che gli astronauti impiegano 2,0 ore per riparare, le trasmissioni verso Terra vengono interrotte.

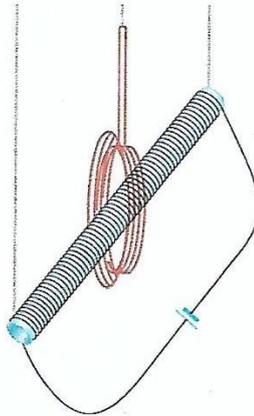
- a. Calcola quanto dura l'interruzione misurata dalla Terra.
- b. Calcola dopo quanto tempo terrestre gli orologi dell'astronave segnano un ritardo di 5 s.
- c. La distanza, misurata dalla Terra, dalla quale l'astronave ricomincia a trasmettere è 12 milioni di km. Calcola quanto tempo impiega il segnale emesso dall'astronave per raggiungere la Terra.
- d. Quando è stata assemblata nella base terrestre, l'astronave era lunga 85 m. Calcola la

lunghezza dell'astronave misurata da una base su Marte, sopra la quale l'astronave transita con velocità $0,4c$.

- e. Durante il transito sopra la base marziana, l'equipaggio dell'astronave misura la lunghezza della pista di atterraggio e ottiene il valore 2,5 km. Quanto è lunga la pista nel riferimento marziano?

17) Induzione elettromagnetica

Un avvolgimento chiuso su se stesso circonda un solenoide lungo e sottile come mostrato in figura.



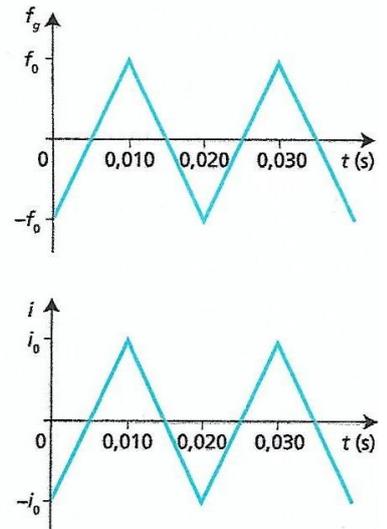
Il solenoide è lungo $L = 60$ cm e ha una sezione $S_{\text{sol}} = 5,0$ cm² con $N_{\text{sol}} = 800$ spire, mentre l'avvolgimento ha $N_{\text{avv}} = 30$ spire con sezione $S_{\text{avv}} = 120$ cm². Le spire di entrambi sono avvolte nel medesimo senso.

- Nel solenoide scorre una corrente $i_0 = 0,80$ A. Calcola l'intensità del campo magnetico nel solenoide e descrivi la sua configurazione spaziale.
- Calcola il flusso attraverso l'avvolgimento.
- Che cosa accade se si aumenta linearmente i da i_0 a $i_1 = 5,0$ A in $\Delta t = 0,05$ s?
- Calcola la f_{em} indotta nell'avvolgimento.
- Calcola la mutua induttanza tra l'avvolgimento e il solenoide.
- Che cosa accade se si scambiano i ruoli tra avvolgimento e solenoide e si fa variare dall'esterno la corrente nell'avvolgimento, chiudendo su se stesso il solenoide?

18) La corrente alternata

In laboratorio, con il tuo gruppo, devi realizzare alcuni esperimenti per la verifica del fenomeno dell'induzione magnetica, utilizzando l'onda triangolare fornita da un generatore di funzioni. L'andamento temporale del segnale f_g fornito è rappresentato nella prima figura a lato.

Colleghi al generatore un solenoide che ha 3600 spire/m e inserisci al suo interno una bobina compatta costituita da 80 spire e di diametro pari a 4,0 cm, in modo tale che il campo magnetico \vec{B} al centro del solenoide sia parallelo all'asse della bobina. Il solenoide può essere attraversato da una corrente di intensità massima di 0,30 A. L'andamento della corrente i nel solenoide in funzione del tempo è rappresentato nella seconda figura a lato (si trascurano gli effetti di auto e mutua induzione).



1. Descrivi qualitativamente e quantitativamente la f.e.m. presente ai capi della bobina e disegna un grafico della f.e.m. in funzione del tempo.
2. Analizza il campo magnetico generato dalla bobina e fai un confronto con quello generato dal solenoide.

Decidi poi di collegare una resistenza $R = 2,0 \text{ k}\Omega$ ai capi della bobina.

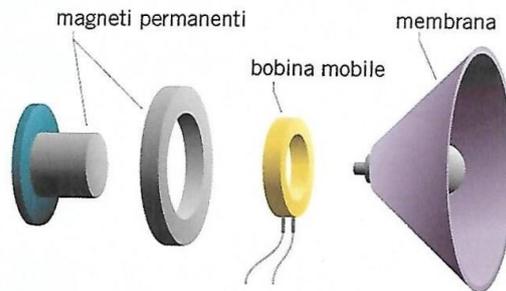
3. Calcola il valore dell'energia dissipata su R in un tempo pari a 10 minuti ed esponi il metodo utilizzato (induttanza e resistenza della bobina sono trascurabili).

4. Il tuo amico Michele propone poi di collegare un multimetro digitale direttamente al generatore di funzioni per misurare la tensione efficace f_e , dalla quale ottenere il valore massimo f_0 della tensione del generatore: $f_0 = \sqrt{2} f_e$. Tu proponi una relazione diversa per il calcolo di f_0 e le misure sperimentali ti danno ragione: dal voltmetro ottieni $f_e = 2,4 \text{ V}$; con l'oscilloscopio misuri $f_0 = 4,2 \text{ V}$. Spiega con un procedimento fisico-matematico perché si ottengono quei valori sperimentali e perché Michele ha torto.

19) Legge di Faraday- Neumann-Lenz

Un **altoparlante** è un trasduttore che converte un segnale elettrico in un'onda meccanica, il suono.

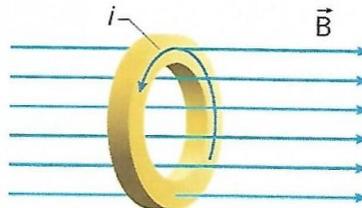
In una delle possibili modalità costruttive, il segnale elettrico da convertire in suono è costituito dalla corrente che circola in una spira, detta bobina mobile.



L'altoparlante, nei suoi elementi essenziali, è costituito da uno o più magneti permanenti, una bobina mobile e una membrana.

La bobina mobile è attaccata alla membrana, per cui un movimento della prima provoca una vibrazione della membrana.

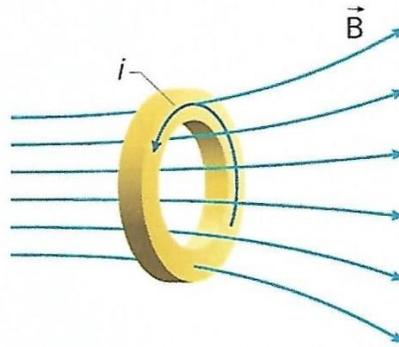
1) Considera la seguente situazione semplificata: la corrente i nella bobina mobile è continua e il campo magnetico \vec{B} prodotto dai magneti è uniforme e parallelo all'asse della bobina (i versi della corrente e del campo magnetico sono indicati in figura).



Che tipo di forza agisce sulla bobina?

Calcola la forza risultante che agisce sulla bobina. Puoi calcolarla come risultante delle forze che agiscono su piccoli tratti in cui pensi suddivisa la bobina.

Considera ora una situazione più realistica in cui il campo magnetico non è uniforme ma è descritto dalle linee di campo nella figura.



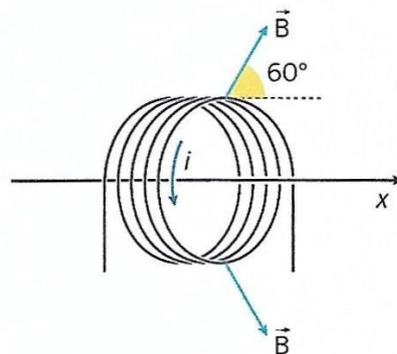
Disegna il vettore forza che si ottiene su un piccolo tratto di bobina e spiega perché la risultante delle forze sull'intera bobina non è nulla.

2) Supponi che la bobina mobile, che ha un diametro di 1,80 cm, sia composta da 40 avvolgimenti in cui circola una corrente di 0,80 A.

Supponi, inoltre, che il campo magnetico in ogni punto della bobina abbia intensità costante pari a 0,20 T e sia diretto con un angolo di 60° rispetto alla perpendicolare al piano della bobina.

Utilizza un sistema di riferimento in cui l'asse x sia l'asse della bobina e da cui la corrente risulta circolare in senso antiorario.

Calcola l'intensità, la direzione e il verso della forza magnetica risultante che agisce sulla bobina mobile.



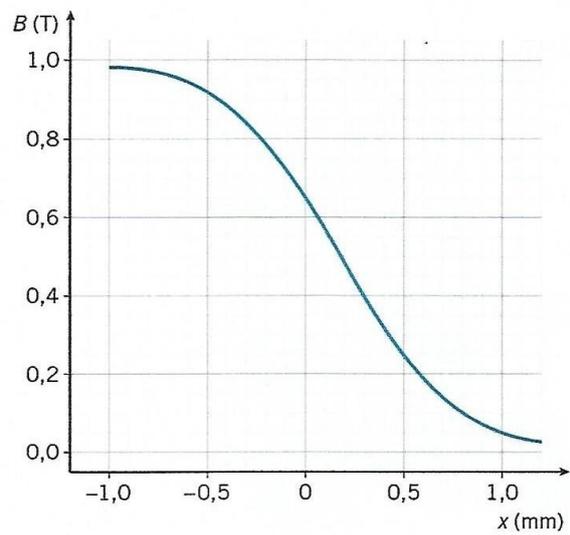
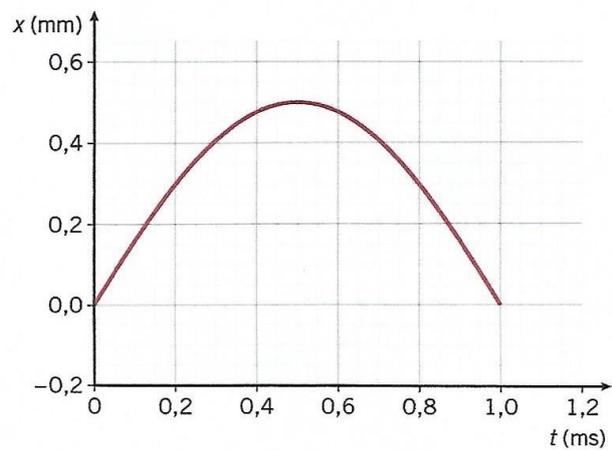
3) Lo stesso apparato può funzionare anche in senso inverso, come **microfono**, ovvero un trasduttore in grado di convertire il suono che investe la membrana in un segnale elettrico nella bobina mobile.

Spiega perché il moto della membrana, e quindi della bobina mobile, nel campo magnetico non uniforme generato dai magneti permanenti, può produrre una corrente elettrica nella bobina mobile.

4) Considera i seguenti grafici.

Il primo grafico rappresenta il moto della bobina lungo l'asse x in funzione del tempo in un certo intervallo di utilizzo.

Il secondo grafico rappresenta il campo magnetico medio \bar{B}_x nella direzione dell'asse x della bobina, in funzione della distanza dal magnete permanente che lo genera.



Tenendo conto che la resistenza della bobina è $8,0 \Omega$ e trascurando gli effetti di autoinduzione, calcola la corrente media che circola nella bobina mobile nei seguenti intervalli di tempo:

- a. da $t = 0,10$ ms a $t = 0,20$ ms
- b. da $t = 0,45$ ms a $t = 0,55$ ms
- c. da $t = 0,80$ ms a $t = 0,90$ ms